МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ СОВЕТ ПО СТАНДАРТИЗАЦИИ, МЕТРОЛОГИИ И СЕРТИФИКАЦИИ
(МГС)
INTERSTATE COUNCIL FOR STANDARDIZATION, METROLOGY AND CERTIFICATION
(ISC)

МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ

ГОСТ ИСО 11453—2005

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

Проверка гипотез и доверительные интервалы для пропорций

(ISO 11453:1996, Statistical interpretation of data — Tests and confidence intervals relating to proportions, IDT)

Издание официальное

Москва
Стандартинформ
2020

Предисловие

Цели, основные принципы и общие правила проведения работ по межгосударственной стандартизации установлены ГОСТ 1.0 «Межгосударственная система стандартизации. Основные положения» и ГОСТ 1.2 «Межгосударственная система стандартизации. Стандарты межгосударственные, правила и рекомендации по межгосударственной стандартизации. Правила разработки, принятия, обновления и отмены»

Сведения о стандарте

1 РАЗРАБОТАН Открытым акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (ОАО НИЦ КД), Межгосударственным техническим комитетом по стандартизации МТК 125 «Статистические методы в управлении качеством продукции» на основе собственного перевода на русский язык англоязычной версии стандарта, указанного в пункте 5

2 ВНЕСЕН Федеральным агентством по техническому регулированию и метрологии

3 ПРИНЯТ Межгосударственным советом по стандартизации, метрологии и сертификации (протокол от 9 декабря 2005 г. № 28)

За принятие проголосовали:

Краткое наименование страны по МК (ИСО 3166) 004—97	Код страны по МК (ИСО 3166) 004—97	Сокращенное наименование национального органа по стандартизации
Азербайджан	AZ	Азстандарт
Армения	AM	Армстандарт
Беларусь	BY	Госстандарт Республики Беларусь
Казахстан	KZ	Госстандарт Республики Казахстан
Киргизия	KG	Кыргызстандарт
Молдова	MD	Молдова-Стандарт
Россия	RU	Росстандарт
Таджикистан	TJ	Таджикстандарт
Туркмения	TM	Главгосслужба «Туркменстандартлары»
Узбекистан	UZ	Узстандарт
Украина	UA	Госпотребстандарт Украины

4 Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 29 июня 2006 г. № 125-ст межгосударственный стандарт ГОСТ ИСО 11453—2005 введен в действие в качестве национального стандарта Российской Федерации с 1 сентября 2006 г.

5 Настоящий стандарт идентичен международному стандарту ИСО 11453:1996 «Статистическое представление данных. Проверка гипотез и доверительные интервалы для пропорций» (ISO 11453:1996 «Statistical interpretation of data — Tests and confidence intervals relating to proportions», IDT).

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ 1.5 (подраздел 3.6).

При применении настоящего стандарта рекомендуется использовать вместо ссылочных международных стандартов соответствующие им межгосударственные стандарты, сведения о которых приведены в дополнительном приложении ДА

6 ВВЕДЕН ВПЕРВЫЕ

7 ПЕРЕИЗДАНИЕ. Июнь 2020 г.

Информация о введении в действие (прекращении действия) настоящего стандарта и изменений к нему на территории указанных выше государств публикуется в указателях национальных стандартов, издаваемых в этих государствах, а также в сети Интернет на сайтах соответствующих национальных органов по стандартизации.

В случае пересмотра, изменения или отмены настоящего стандарта соответствующая информация будет опубликована на официальном интернет-сайте Межгосударственного совета по стандартизации, метрологии и сертификации в каталоге «Межгосударственные стандарты»

Содержание

1 Область применения . . . 1
2 Нормативные ссылки . . . 1
3 Определения . . . 1
4 Символы . . . 1
5 Точечная оценка пропорции p . . . 2
6 Доверительные границы для пропорции p . . . 2
7 Проверка гипотез для пропорции p . . . 2
7.1 Общие требования . . . 2
7.2 Сравнение пропорции с заданным значением p_0 . . . 3
7.3 Сравнение двух пропорций . . . 4
8 Формы . . . 5
8.1 Формы А. Доверительный интервал для пропорции p . . . 5
8.2 Формы В. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0 . . . 7
8.3 Формы С. Сравнение двух пропорций . . . 11
9 Таблицы и номограммы . . . 17
9.1 Интерполяция в таблице 4 квантилей F-распределения . . . 17
9.2 Пример . . . 17
Приложение А (обязательное) Вычисление оперативной характеристики критерия для формы В . . . 32
Приложение В (справочное) Примеры заполненных форм . . . 34
Приложение ДА (справочное) Сведения о соответствии ссылочных международных стандартов межгосударственным стандартам . . . 43
Приложение D (справочное) Библиография . . . 44

М Е Ж Г О С У Д А Р С Т В Е Н Н Ы Й   С Т А Н Д А Р Т

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

Проверка гипотез и доверительные интервалы для пропорций

Statistical methods. Statistical interpretation of data. Tests and confidence intervals relating to proportions

Дата введения — 2006—09—01

1 Область применения

Настоящий стандарт содержит описание статистических методов, предназначенных для решения следующих задач:

a) Дана совокупность элементов, из которых отобрана выборка из n элементов, и у x элементов выборки обнаружена некоторая характеристика. Какая доля (пропорция) совокупности имеет эту характеристику (см. 8.1)?

b) Отличается ли пропорция, определенная в соответствии с задачей а), от номинального указанного значения (см. 8.2)?

c) Даны две различные совокупности. Различаются ли доли элементов с заданной характеристикой в этих двух совокупностях (см. 8.3)?

d) Выборки какого объема следует отбирать для решения задач b) и с), чтобы быть достаточно уверенным в правильности решения (см. 7.2.3 и 7.3.3)?

Важно, чтобы метод отбора выборок не оказывал заметного влияния на совокупность. Если взятая случайным образом выборка составляет менее 10 % совокупности, как правило, это является приемлемым. Если выборка составляет более 10 % совокупности, надежные результаты можно получить, только возвращая каждый отобранный элемент перед отбором следующего элемента.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использована нормативная ссылка на следующий стандарт. Для датированных ссылок применяют только указанное издание ссылочного стандарта, для недатированных — последнее издание (включая все изменения).

ISO 3534-1:1993, Statistics — Vocabulary and symbols — Part 1: Probability and general statistical terms (Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Вероятность и основы статистики)[1)]

3 Определения

В настоящем стандарте применены термины по ИСО 3534.1, а также следующий термин с соответствующим определением:

3.1 **целевой элемент** (target item): Элемент, в котором обнаружена указанная характеристика.

4 Символы

В настоящем стандарте применены следующие символы:

α — выбранный уровень значимости;

α' — достигнутый уровень значимости;

[1)] Заменен на ISO 3534-1:2006.

Издание официальное

$(1-\alpha)$ — выбранный уровень доверия;
β — вероятность ошибки второго вида;
n; n_1; n_2 — объем выборки; объем выборки 1; объем выборки 2;
X — число целевых элементов в выборке (случайная величина);
x — значение X;
p — доля (пропорция) целевых элементов совокупности;
$p_{u,0}$ — верхняя граница одностороннего доверительного интервала для p;
$p_{l,0}$ — нижняя граница одностороннего доверительного интервала для p;
$p_{u,t}$ — верхняя граница двустороннего доверительного интервала для p;
$p_{l,t}$ — нижняя граница двустороннего доверительного интервала для p;
T — значение, используемое для определения доверительных границ;
$C_{l,0}$ — критическое значение при проверке нулевой гипотезы H_0: $p \geq p_0$;
$C_{u,0}$ — критическое значение при проверке нулевой гипотезы H_0: $p \leq p_0$;
$C_{l,t}$ — нижняя граница критической области при проверке нулевой гипотезы H_0: $p = p_0$;
$C_{u,t}$ — верхняя граница критической области при проверке нулевой гипотезы H_0: $p = p_0$;
p_0 — заданное значение для p;
p' — значение p, для которого определяется вероятность неотклонения нулевой гипотезы P_a;
P_a — вероятность неотклонения нулевой гипотезы;
f_1, f_2 — числа степеней свободы F-распределения;
F_1, F_2 — тестовые статистики;
$F_q(f_1, f_2)$ — квантиль уровня q F-распределения с f_1 и f_2 степенями свободы;
z_1, z_2 — тестовые статистики;
u_q — квантиль уровня q стандартного нормального распределения;
q, η, K — вспомогательные величины.

5 Точечная оценка пропорции *p*

Оценку p по выборке из n элементов с x целевыми элементами определяют по формуле

$$\hat{p} = \frac{x}{n}.$$

Эта оценка является несмещенной, если выборка отбиралась случайным образом, независимо от объема выборки и размера совокупности, даже если выборка составляет заметную часть совокупности.

6 Доверительные границы для пропорции *p*

Процедуры определения границ доверительного интервала для p приведены в 8.1 (формы А-1 — А-3).

Границы доверительного интервала зависят от объема выборки n, числа целевых элементов в выборке x и выбранного уровня доверия $(1-\alpha)$. Невозможно точно достичь заданного уровня доверия из-за дискретности x. Приведенная в стандарте процедура дает минимальное значение уровня доверия, не превосходящее $(1-\alpha)$.

В настоящем стандарте при определении границ двустороннего доверительного интервала для заданного уровня доверия $(1-\alpha)$ используется процедура определения нижних границ одностороннего доверительного интервала для уровня доверия $(1-\alpha/2)$. Это гарантирует, что вероятность ошибки меньше или равна $\alpha/2$ с каждой стороны интервала.

7 Проверка гипотез для пропорции *p*

7.1 Общие требования

Для решения практических задач в формах В-1 — В-3 (8.2) и С-1 — С-3 (8.3) приведены нулевые гипотезы для пропорций и схемы их проверки. Сначала должны быть выбраны соответствующая нулевая гипотеза, объем выборки n (объемы выборок n_1 и n_2) и уровень значимости. Поскольку основные используемые распределения дискретны, процедуры разработаны так, чтобы достичь самого близкого к выбранному значению уровня значимости, который меньше или равен этому значению. В формах не приведены альтернативные гипотезы, так как в каждом случае неявно предполагается, что альтернативная гипотеза является дополнительной к нулевой гипотезе.

Пример — При работе с формами В (процедура сравнения пропорции с заданным значением) вначале необходимо выбрать одну из следующих трех нулевых гипотез H_0 (с дополнительной альтернативной гипотезой H_1), где p_0 — заданное значение:

а) односторонний критерий с H_0: $p \geq p_0$ и H_1: $p < p_0$;

b) односторонний критерий с H_0: $p \leq p_0$ и H_1: $p > p_0$;

с) двусторонний критерий с H_0: $p = p_0$ и H_1: $p \neq p_0$.

Результатом проверки гипотезы является отклонение или неотклонение нулевой гипотезы.

Отклонение нулевой гипотезы означает, что принимается альтернативная гипотеза. Неотклонение нулевой гипотезы не означает, что принимается нулевая гипотеза (см. 7.2.2).

7.2 Сравнение пропорции с заданным значением p_0

7.2.1 Процедура проверки гипотез

Процедуры проверки нулевых гипотез:

$$H_0: p \geq p_0;$$

$$H_0: p \leq p_0;$$

$$H_0: p = p_0,$$

где p_0 — заданное значение; описаны в формах В-1 — В-3. Эти процедуры особенно просты для применения, если известны критические значения для заданных значений n, p и α. Если критические значения неизвестны, их можно определить при выполнении процедуры в соответствии с формами В (8.2).

7.2.2 Оперативные характеристики

Вычисление оперативных характеристик (включая вероятность ошибки первого рода, достигнутого уровня значимости и вероятности ошибки второго рода) описано в приложении А. Для вычисления этих характеристик критические значения должны быть известны (см. 7.2.1) и должна быть выбрана альтернативная гипотеза $p = p_1$, для которой определяется вероятность ошибки второго рода.

7.2.3 Определение объема выборки n

Если объем выборки не определен (например, по экономическим или техническим причинам), его минимальное значение должно быть задано таким, чтобы для выбранной нулевой гипотезы H_0 (см. 7.2.1) достигнутое значение уровня значимости не превосходило выбранного или заданного значения. Кроме того, достигнутое значение ошибки второго рода (вероятность β) должно быть приблизительно равно выбранному или заданному значению β, если p равно выбранному значению p'. Для этой цели p_0 и p' должны быть отмечены на шкале p, а α, $(1 - \alpha)$, $\alpha/2$, $(1 - \alpha/2)$ — на шкале P и прямых линиях *1* и *2* в соответствии с таблицей 1 и номограммой Ларсона (рисунок 2).

Таблица 1 — Процедура определения объема выборок по номограмме Ларсона (рисунок 2)

Нулевая гипотеза	Заданное значение	Прямая линия *1* из точки p_0 в точку	Прямая линия *2* из точки p' в точку
H_0: $p \geq p_0$	$p' < p_0$	α	$1 - \beta$
H_0: $p \leq p_0$	$p' > p_0$	$1 - \alpha$	β
H_0: $p = p_0$	$p' > p_0$	$1 - \alpha/2$	β
H_0: $p = p_0$	$p' < p_0$	$\alpha/2$	$1 - \beta$

Точка пересечения прямых линий *1* и *2*, указанных в таблице 1, дает значения $C_{l,0}$ ($C_{u,0}$) на шкале x. Если x — не целое число, его следует округлить до ближайшего целого числа.

7.3 Сравнение двух пропорций

7.3.1 Процедура проверки гипотез

Процедуры проверки для нулевых гипотез:

$$H_0: p_1 \geq p_2;$$

$$H_0: p_1 \leq p_2;$$

$$H_0: p_1 = p_2,$$

где p_1 — доля (пропорция) целевых элементов в совокупности 1, а

p_2 — доля (пропорция) целевых элементов в совокупности 2, описаны в формах С-1 — С-3 (8.3).

Эти процедуры можно использовать для анализа независимости двух атрибутов (дихотомических характеристик) элементов совокупности.

7.3.2 Оперативные характеристики

Предположения:

а) для одностороннего критерия H_0: $p_1 \leq p_2$ мощность $(1 - \beta)$ определяют для заданной пары пропорций p_1 и p_2, где $p_1 > p_2$;

b) для проверки гипотез используют две выборки одного и того же объема, то есть $n_1 = n_2 = n$.

Если α — уровень значимости, то достаточно точное приближенное значение мощности может быть получено обратным преобразованием по [1]:

$$1 - \beta = \Phi\,(z - u_{1-\alpha}),$$

где Φ — функция распределения стандартного нормального распределения;

$u_{1-\alpha}$ — квантиль стандартного нормального распределения уровня $(1 - \alpha)$;

$z = \sqrt{2n}\left(\arcsin\sqrt{p_1 - (1/2n)} - \arcsin\sqrt{p_2 - (1/2n)}\right)$.

Это приближение может также использоваться и для двустороннего критерия H_0: $p_1 = p_2$ с альтернативной гипотезой H_1: $p_1 > p_2$, если α заменить в формуле на $\alpha/2$.

7.3.3 Определение объема выборки *n*

Если объемы выборок n_1 и n_2 не заданы, их минимальные значения должны быть выбраны такими, чтобы мощность критерия была не менее $(1 - \beta)$, а уровень значимости — не менее α.

Предполагается, что нулевая гипотеза является односторонней H_0: $p_1 \leq p_2$. Однако приведенные процедуры применимы также для двустороннего критерия H_0: $p_1 = p_2$ с альтернативной гипотезой H_1: $p_1 > p_2$, если заменить α на $\alpha/2$.

Точные значения объема выборок приведены в таблицах 5 и 6 и в [2] для выбранных значений α и β. Эти таблицы предполагают, что объемы выборок равны, т. е. $n = n_1 = n_2$.

Для сочетаний α, p_1, p_2 и $(1 - \beta)$, не приведенных в таблицах 5 и 6, может использоваться следующее приближение, которое учитывает неравные объемы выборок, однако необходимо, чтобы отношение r объемов выборок n_1/n_2 было выбрано заранее.

$$n_1 = \frac{n'}{4}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2(r+1)}{rn'(p_1 - p_2)}}\right]^2;$$

$$n_2 = n_1/r;$$

$$n' = \frac{\left(u_{1-\alpha}\sqrt{(r+1)\overline{p}\overline{q}} + u_{1-\beta}\sqrt{\left[rp_1(1-p_1) + p_2(1-p_2)\right]}\right)^2}{r(p_1 - p_2)^2};$$

$$\overline{p} = \frac{rp_1 + p_2}{r+1};$$

$$\overline{q} = 1 - \overline{p}.$$

8 Формы

Для простоты применения форм необходимо отметить квадратики, представляющие активизированную часть формы, а затем выполнить необходимые действия, вводя необходимые данные.

8.1 Формы А. Доверительный интервал для пропорции *p*

8.1.1 Форма А-1. Односторонний доверительный интервал с верхней границей для пропорции *p*

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Выбранный уровень доверия $1 - \alpha =$
Объем выборки $n =$
Число целевых элементов в выборке $x =$

Определение границы доверительного интервала
a) Процедура для $n \le 30$ ☐
1) Случай $x = n$ ☐
$p_{u,0} = 1$
2) Случай $x < n$ ☐
По таблице 2 для известных значений n, $X = x$ и $q = (1 - \alpha)$ определяют
$p_{u,0} = T_{1-\alpha}(n, x) =$
b) Процедура для $n > 30$ ☐
1) Случай $x = 0$ ☐
$p_{u,0} = 1 - \alpha^{1/n} =$
2) Случай $x = n$ ☐
$p_{u,0} = 1$
3) Случай $0 < x < n$ ☐
По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha} =$
Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,411	0,677	1,353

$$p_{u,0} = p_* + (1 - 2p_*)d/(n+1) + u_{1-\alpha}\sqrt{p_*(1-p_*)[1 - d/(n+1)]/(n+1)} =$$

где $p_* = (x + 1)/(n + 1)$.

Результат (искомый доверительный интервал):
$p \le p_{u,0} =$

8.1.2 Форма А-2. Односторонний доверительный интервал с нижней границей для пропорции *p*

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Выбранный уровень доверия $1 - \alpha =$
Объем выборки $n =$
Число целевых элементов в выборке $x =$

Определение границы доверительного интервала

a) Процедура для $n \le 30$ ☐

1) Случай $x = 0$ ☐

$p_{l,0} = 0$

2) Случай $x > 0$ ☐

По таблице 2 для известных значений n, $X = n - x$ и $q = (1 - \alpha)$ определяют:

$T_{1-\alpha}(n, n - x) =$

$p_{l,0} = 1 - T_{1-\alpha}(n, n - x) =$

b) Процедура для $n > 30$ ☐

1) Случай $x = 0$ ☐

$p_{l,0} = 0$

2) Случай $x = n$ ☐

$p_{l,0} = \alpha^{1/n} =$

3) Случай $0 < x < n$ ☐

По таблице 3 для $q = 1 - \alpha$ определяют $u_{1-\alpha} =$

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,411	0,677	1,353

$$p_{l,0} = p_* + (1 - 2p_*)d/(n+1) + u_{1-\alpha}\sqrt{p_*(1-p_*)[1 - d/(n+1)]/(n+1)} =$$

где $p_* = x/(n + 1)$.

Результат (искомый доверительный интервал):

$p \ge p_{l,0} =$

8.1.3 Форма А-3. Двусторонний доверительный интервал для пропорции *p*

Характеристика:

Процедура определения:

Элементы:

Критерий для идентификации целевых элементов:

Примечания:

Выбранный уровень доверия $1 - \alpha =$

Объем выборки $n =$

Число целевых элементов в выборке $x =$

Определение границ доверительного интервала

a) Процедура для $n \le 30$ ☐

1) Определение верхней границы доверительного интервала:

- Случай $x = n$ ☐

$p_{u,t} = 1$

- Случай $x < n$ ☐

По таблице 2 для известных значений n, $X = x$ и $q = (1 - \alpha/2)$ определяют

$p_{u,t} = T_{1-\alpha/2}(n, x) =$

2) Определение нижней границы доверительного интервала:

- Случай $x = 0$ ☐

- Случай $x > 0$ ☐

По таблице 2 для известных значений n, $X = n - x$ и $q = (1 - \alpha/2)$ определяют:

$T_{1-\alpha/2}(n, n - x) =$

$p_{l,t} = 1 - T_{1-\alpha/2}(n, n - x) =$

b) Процедура для $n > 30$ ☐

1) Определение верхней границы доверительного интервала:

- Случай $x = 0$ ☐

$p_{u,t} = 1 - (\alpha/2)^{1/n} =$

- Случай $x = n$ ☐

$p_{u,t} = 1$

- Случай $0 < x < n$ ☐

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ =

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,677	0,960	1,659

$$p_{u,t} = p_* + (1 - 2p_*)d/(n+1) + u_{1-\alpha/2}\sqrt{p_*(1-p_*)[1 - d/(n+1)]/(n+1)} =$$

где $p_* = (x + 1)/(n + 1)$.

2) Определение нижней границы доверительного интервала:

- Случай $x = 0$ ☐

$p_{l,t} = 0$

- Случай $x = n$ ☐

$p_{l,t} = (\alpha/2)^{1/n}$ =

- Случай $0 < x < n$ ☐

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ =

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,677	0,960	1,659

$$p_{l,t} = p_* + (1 - 2p_*)d/(n+1) + u_{1-\alpha/2}\sqrt{p_*(1-p_*)[1 - d/(n+1)]/(n+1)} =$$

где $p_* = x/(n + 1)$.

Результаты (искомый доверительный интервал):

$p_{l,t}$ =

$p_{u,t}$ =

$p_{l,t} \le p \le p_{u,t}$.

8.2 Формы В. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0

8.2.1 Форма В-1. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0 для одностороннего критерия H_0: $p \ge p_0$

Характеристика:

Процедура определения:

Элементы:

Критерий для идентификации целевых элементов:

Примечания:

Данное значение p_0 =

Выбранный уровень значимости α =

Объем выборки n =

Число целевых элементов в выборке x =

Процедура проверки гипотез

I Критические значения известны (см. 7.2.1) ☐

$C_{l,0}$ =

Гипотезу H_0 отклоняют, если $x < C_{l,0}$; в противном случае гипотезу не отклоняют.

II Критические значения неизвестны ☐

а) Случай $x \ge p_0 n$ ☐

Гипотезу H_0 не отклоняют

b) Случай $x < p_0 n$ ☐

1) Процедура для $n \leq 30$ ☐

По 8.1.1 (форма А-1) определяют одностороннюю верхнюю доверительную границу для n, x и уровня доверия $(1 - \alpha)$

$p_{u,0}$ =

Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{u,0} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

2) Процедура для $n > 30$ ☐

- Случай $x = 0$ ☐

$p_{u,0} = 1 - \alpha^{1/n}$ = [см. 8.1.1 в) 1)].

Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{u,0} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

- Случай $0 < x < n$ ☐

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha}$ =

$$u_1 = 2\left(\sqrt{(n-x)p_0} - \sqrt{(x+1)(1-p_0)}\right) =$$

Гипотезу H_0 отклоняют, если $u_1 > u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

Результат проверки гипотезы:

Гипотеза H_0 отклонена ☐

Гипотеза H_0 не отклонена ☐

Определение критических значений

$C_{l,0}$ — наименьшее неотрицательное целое число x, для которого процедура проверки гипотез по форме В-1 (II) не ведет к отклонению гипотезы H_0. Значение $C_{l,0}$ определяют методом итераций путем повторного применения формы В-1 (II) с различными значениями x, пока не будут найдены такие два значения x, которые отличаются друг от друга на 1, и при этом одно из значений приводит к отклонению нулевой гипотезы H_0, а другое значение приводит к неотклонению нулевой гипотезы H_0[1]. Начальное значение $x_{старт}$ может быть получено следующим образом.

В качестве x^*[2] принимают значение np_0, округленное до ближайшего целого числа

$p_{l,0}|_{x=x^*}$ = ($p_{l,0}|_{x=x^*}$ определяют по 8.1.2, форма А-2)

$x_{старт}$ = значение $np_{l,0}|_{x=x^*}$, округленное до ближайшего целого числа, =

Интерпретация результатов проверки гипотез по форме В-1 (II):

для $x \leq C_{l,0} - 1$ = гипотезу H_0 отклоняют;

для $x \geq C_{l,0}$ = гипотезу H_0 отклоняют.

Результат: $C_{l,0}$ =

---

[1] Критическое значение (или одно из критических значений) может не существовать для некоторых значений p_0 и/или для очень маленьких объемов выборок n.

[2] x^* — вспомогательная величина для нахождения $x_{старт}$.

8.2.2 Форма В-2. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0 для одностороннего критерия с H_0: $p \leq p_0$

Характеристика:

Процедура определения:

Элементы:

Критерий для идентификации целевых элементов:

Примечания:

Заданное значение p_0 =

Выбранный уровень значимости α =

Объем выборки n =

Число целевых элементов в выборке x =

Процедура проверки гипотез
I Критические значения известны (см. 7.2.1) $C_{u,0}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $x > C_{u,0}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
II Критические значения неизвестны ☐ a) Случай $x \le p_0 n$ ☐ Гипотезу H_0 не отклоняют. b) Случай $x > p_0 n$ ☐ 1) Процедура для $n \le 30$ ☐ По 8.1.2 (форма А-2) определяют одностороннюю нижнюю доверительную границу для n, x и уровня доверия $(1 - \alpha)$ $p_{l,0}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,0} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. 2) Процедура для $n > 30$ ☐ - Случай $x = n$ ☐ $p_{l,0} = \alpha^{1/n}$ = [см. 8.1.2 b) 2)].
Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,0} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. - Случай $0 < x < n$ ☐ По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha}$ = $$u_2 = 2\left[\sqrt{x(1-p_0)} - \sqrt{(n-x+1)p_0}\right]$$ Гипотезу H_0 отклоняют, если $u_2 > u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
Результат проверки гипотезы: Гипотеза H_0 отклонена ☐ Гипотеза H_0 не отклонена ☐
Определение критических значений $C_{u,0}$ — наибольшее целое число x, для которого процедура проверки гипотез по форме В-2 (II) не ведет к отклонению нулевой гипотезы. Значение $C_{u,0}$ определяют методом итераций путем повторного применения формы В-2 (II) с различными значениями x, пока не будут найдены такие два значения, которые отличаются друг от друга на 1, и при этом одно из значений приводит к отклонению нулевой гипотезы H_0, а другое значение приводит к неотклонению нулевой гипотезы H_0[1]. Начальное значение $x_{старт}$ может быть получено следующим образом.
В качестве x^*[2] принимают np_0, округленное до ближайшего целого числа: $p_{u,0}\|_{x=x^*}$ = ($p_{u,0}\|_{x=x^*}$ определяют по 8.1.1, форма А-1) $x_{старт}$ = значение $np_{u,0}\|_{x=x^*}$, округленное до ближайшего целого числа.
Интерпретация результатов проверки гипотез по форме В-2 (II): для $x \le C_{u,0}$ = гипотезу H_0 не отклоняют; для $x \ge C_{u,0} + 1$ = гипотезу H_0 отклоняют.
Результат: $C_{u,0}$ =
[1] Критическое значение (или одно из критических значений) может не существовать для некоторых значений p_0 и/или для очень маленьких объемов выборок n. [2] x^* — вспомогательная величина для нахождения $x_{старт}$.

8.2.3 Форма В-3. Сравнение пропорции p с данным значением p_0 для двустороннего критерия H_0: $p = p_0$

Характеристика: Процедура определения: Элементы: Критерий для идентификации целевых элементов: Примечания:
Заданное значение p_0 = Выбранный уровень значимости α = Объем выборки n = Число целевых элементов в выборке x =
Процедура проверки гипотез
I Критические значения известны (см. 7.2.1) ☐ $C_{l,t}$ = $C_{u,t}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $x < C_{l,t}$ или $x > C_{u,t}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
II Критические значения неизвестны a) Процедура для $n \le 30$ ☐ По 8.1.3 (форма А-3) определяют двусторонние доверительные границы для n, x и уровня доверия $(1 - \alpha)$: $p_{l,t}$ = $p_{u,t}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,t} > p_0$ или $p_{u,t} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. b) Процедура для $n > 30$ ☐ 1) Случай $x = 0$ ☐ $p_{u,t} = 1 - (\alpha/2)^{1/n}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{u,t} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. 2) Случай $x = n$ ☐ $p_{l,t} = (\alpha/2)^{1/n}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,t} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. 3) Случай $0 < x < n$ ☐ По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ = $u_1 = 2\left(\sqrt{(n-x)p_0} - \sqrt{(x+1)(1-p_0)}\right) =$ $u_2 = 2\left(\sqrt{x(1-p_0)} - \sqrt{(n-x+1)p_0}\right) =$ Гипотезу H_0 отклоняют, если $u_1 > u_{1-\alpha/2}$ или $u_2 > u_{1-\alpha/2}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
Результат проверки гипотез: Гипотеза H_0 отклонена ☐ Гипотеза H_0 не отклонена ☐
Определение критических значений $C_{l,t}$ — наименьшее неотрицательное целое число x, а $C_{u,t}$ — наибольшее целое число x, для которого проверка гипотез по форме В-3 (II) не ведет к отклонению H_0. Значения $C_{l,t}$ и $C_{u,t}$ определяют методом итераций путем повторного применения формы В-3 (II) с различными значениями x до тех пор, пока не будут определены такие две пары значений, у которых значения в каждой паре отличаются друг от друга на 1, и при этом одно из значений приводит к отклонению нулевой гипотезы H_0, а другое значение приводит к неотклонению нулевой гипотезы H_0[1]. Начальное значение $x_{старт}$ может быть получено следующим образом.

В качестве $x^{*2)}$ определяют значение np_0, округленное до ближайшего целого числа. $p_{l,t}\|_{x=x^*}$ = $p_{u,t}\|_{x=x^*}$ = $p_{l,t}\|_{x=x^*}$ и $p_{u,t}\|_{x=x^*}$ определяют по 8.1.3 (форма А-3); $x_{старт}$ (нижнее) = значение $np_{l,t}\|_{x=x^*}$, округленное до ближайшего целого числа, = $x_{старт}$ (верхнее) = значение $np_{u,t}\|_{x=x^*}$, округленное до ближайшего целого числа, =
Интерпретация результатов проверки гипотез по форме В-3 (II): для $x \le C_{l,t} - 1$ = гипотезу H_0 отклоняют; для $x = C_{l,t}$ = и $x = C_{u,t}$ = гипотезу H_0 не отклоняют; для $x \ge C_{u,t} + 1$ = гипотезу H_0 отклоняют.
Результаты проверки гипотез: $C_{l,t}$ = ; $C_{u,t}$ =
[1] Критическое значение (или одно из критических значений) может не существовать для некоторых значений p_0 и/или для очень маленьких объемов выборок n. [2] x^* — вспомогательная величина для нахождения $x_{старт}$.

8.3 Формы С. Сравнение двух пропорций

8.3.1 Форма С-1. Сравнение двух пропорций для одностороннего критерия H_0: $p_1 \ge p_2$

Характеристика: Процедура определения: Элементы: Критерий для идентификации целевых элементов: Примечания:
Выбранный уровень значимости α = Объем выборки 1: n_1 = Объем выборки 2: n_2 = Число целевых элементов в выборке 1: x_1 = Число целевых элементов в выборке 2: x_2 =
Проверка для тривиального случая $$\frac{x_1}{n_1} \ge \frac{x_2}{n_2}.$$ Неравенство является истинным ☐ Неравенство не является истинным ☐ Если неравенство является истинным, нулевую гипотезу не отклоняют и результат проверки гипотез может быть объявлен немедленно. В противном случае проводят следующую процедуру, которая может привести к отклонению или к неотклонению гипотезы H_0.
Процедура проверки гипотез для нетривиальных случаев Если по крайней мере одно из четырех значений n_1, n_2, $(x_1 + x_2)$, $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ меньше или равно $(n_1 + n_2)/4$, то применяют биномиальную аппроксимацию, приведенную в I настоящей формы; в противном случае применяют нормальную аппроксимацию, приведенную в II настоящей формы. Однако даже если вышеупомянутое условие выполнено, можно применять нормальную аппроксимацию, если выполнены два следующих условия: - при применении биномиальной аппроксимации в таблице 4 F-распределения необходимо использовать интерполяцию; - n_1 и n_2 или $(x_1 + x_2)$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ попарно являются величинами одного порядка. Решение: Должна применяться биномиальная аппроксимация (продолжить с I) ☐ Должна применяться нормальная аппроксимация (продолжить с II) ☐

I Биномиальная аппроксимация

Определение величин: K_1, K_2, η_1, η_2

Если $[n_2 < n_1$ и $n_2 < (x_1 + x_2)]$ или $[(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < n_1$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < (x_1 + x_2)]$, искомые величины определяют следующим образом:

$\eta_1 = n_2 =$

$\eta_2 = n_1 =$

$K_1 = n_2 - x_2 =$

$K_2 = n_1 - x_1 =$

В противном случае:

$\eta_1 = n_1 =$

$\eta_2 = n_2 =$

$K_1 = x_1 =$

$K_2 = x_2 =$

Вычисление статистики и определение значений по таблице 4

a) Случай $\eta_1 \le K_1 + K_2$ ☐

$$F_2 = \frac{(\eta_1 - K_1)(K_1 + 2K_2)}{(K_1 + 1)(\eta_1 + 2\eta_2 - K_1 - 2K_2 + 1)} =$$

Числа степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2(\eta_1 - K_1) =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют:

$$F_{1-\alpha}(f_1, f_2) =$$

b) Случай $\eta_1 > K_1 + K_2$ ☐

$$F_2 = \frac{K_2(2\eta_1 - K_1)}{(K_1 + 1)(2\eta_2 - K_2 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_2 =$$

По таблице 4 для $q = 1 - \alpha$, f_1 и f_2 определяют $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) =$
(при необходимости применяют интерполяцию)

Заключение в нетривиальном случае для биномиальной аппроксимации:

Гипотезу H_0 отклоняют, если $F_2 \ge F_{1-\alpha}(f_1, f_2)$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Нормальная аппроксимация

Вычисление статистики и определение значений по таблице 3

$$z_2 = \frac{n_1(x_1 + x_2) - (x_1 + 1/2)(n_1 + n_2)}{\sqrt{n_1 n_2 (x_1 + x_2)(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)/(n_1 + n_2)}} =$$

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha} =$

Заключение в нетривиальном случае для нормальной аппроксимации:

Гипотезу H_0 отклоняют, если $z_2 \ge u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

Результат проверки гипотез:

Гипотеза H_0 отклонена ☐

Гипотеза H_0 не отклонена ☐

8.3.2 Форма С-2. Сравнение двух пропорций для одностороннего критерия H_0: $p_1 \le p_2$

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Выбранный уровень значимости α =
Объем выборки 1: n_1 =
Объем выборки 2: n_2 =
Число целевых элементов в выборке 1: x_1 =
Число целевых элементов в выборке 2: x_2 =

Проверка гипотез для тривиального случая

$$\frac{x_1}{n_1} \le \frac{x_2}{n_2}.$$

Неравенство является истинным ☐
Неравенство не является истинным ☐
Если неравенство является истинным, гипотезу не отклоняют и результат проверки гипотезы может быть объявлен немедленно. В противном случае проводят следующую процедуру, которая может привести к отклонению или к неотклонению гипотезы H_0.

Проверка гипотез для нетривиальных случаев
Если по крайней мере одно из четырех значений n_1, n_2, $(x_1 + x_2)$, $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ меньше или равно $(n_1 + n_2)/4$, то применяют биномиальную аппроксимацию, приведенную в I настоящей формы; в противном случае применяют нормальную аппроксимацию, приведенную в II настоящей формы. Однако даже если вышеупомянутое условие выполнено, можно применять нормальную аппроксимацию, если выполнены два следующих условия:
- при применении биномиальной аппроксимации в таблице 4 F-распределения необходимо использовать интерполяцию;
- n_1 и n_2 или $(x_1 + x_2)$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ попарно являются величинами одного порядка.
Решение:
Должна применяться биномиальная аппроксимация (продолжить I) ☐
Должна применяться нормальная аппроксимация (продолжить II) ☐

I Биномиальная аппроксимация
Определение величин K_1, K_2, η_1, η_2
Если $[n_2 < n_1$ и $n_2 < (x_1 + x_2)]$ или $[(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < n_1$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < (x_1 + x_2)]$, величины определяют следующим образом:
$\eta_1 = n_2 =$
$\eta_2 = n_1 =$
$K_1 = n_2 - x_2 =$
$K_2 = n_1 - x_1 =$
В противном случае:
$\eta_1 = n_1 =$
$\eta_2 = n_2 =$
$K_1 = x_1 =$
$K_2 = x_2 =$

Вычисление статистики и определение значений по таблице 4
а) Случай $\eta_1 \le K_1 + K_2$ ☐

$$F_1 = \frac{K_1(\eta_1 + 2\eta_2 - K_1 - 2K_2)}{(\eta_1 - K_1 + 1)(K_1 + 2K_2 + 1)} =$$

Числа степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(\eta_1 - K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_1 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha)$, f_1 и f_2 определяют $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) =$
(при необходимости применяют интерполяцию).
b) Случай $\eta_1 > K_1 + K_2$ ☐

$$F_1 = \frac{K_1(2\eta_2 - K_2)}{(K_2 + 1)(2\eta_1 - K_1 + 1)} =$$

Числа степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_2 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_1 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha)$, f_1 и f_2 определяют $F_{1-\alpha}(f_1, f_2) =$
(при необходимости применяют интерполяцию).

Заключение в нетривиальном случае биномиальной аппроксимации:
Гипотезу H_0 отклоняют, если $F_1 \geq F_{1-\alpha}(f_1, f_2)$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Нормальная аппроксимация
Вычисление статистики и определение значений по таблице 3

$$z_1 = \frac{(x_1 - 1/2)(n_1 + n_2) - n_1(x_1 + x_2)}{\sqrt{n_1 n_2 (x_1 + x_2)(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)/(n_1 + n_2)}} =$$

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha} =$

Заключение в нетривиальном случае для нормальной аппроксимации:
Гипотезу H_0 отклоняют, если $z_1 \geq u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

Результат проверки гипотез:
Гипотеза H_0 отклонена ☐
Гипотеза H_0 не отклонена ☐

8.3.3 Форма С-3. Сравнение двух пропорций для двустороннего критерия H_0: $p_1 = p_2$

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Выбранный уровень значимости $\alpha =$
Объем выборки 1: $n_1 =$
Объем выборки 2: $n_2 =$
Число целевых элементов в выборке 1: $x_1 =$
Число целевых элементов в выборке 2: $x_2 =$

Проверка гипотез для тривиального случая

$$\frac{x_1}{n_1} = \frac{x_2}{n_2}.$$

Равенство является истинным ☐

Равенство не является истинным ☐

Если равенство является истинным, нулевую гипотезу H_0 не отклоняют и результат проверки гипотез может быть объявлен немедленно. В противном случае проводят следующую процедуру, которая может привести к отклонению или к неотклонению гипотезы H_0.

Процедура проверки гипотез для нетривиальных случаев

Если по крайней мере одно из четырех значений n_1, n_2, $(x_1 + x_2)$, $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ меньше или равно $(n_1 + n_2)/4$, применяют биномиальную аппроксимацию, приведенную в I настоящей формы; в противном случае применяют нормальную аппроксимацию, приведенную в II настоящей формы. Однако даже если вышеупомянутое условие выполнено, можно применять нормальную аппроксимацию, если выполнены два следующих условия:

- при применении биномиальной аппроксимации в таблице 4 F-распределения необходимо использовать интерполяцию;
- n_1 и n_2 или $(x_1 + x_2)$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ попарно являются величинами одного порядка.

Решение:

Должна применяться биномиальная аппроксимация (продолжить с I) ☐

Должна применяться нормальная аппроксимация (продолжить с II) ☐

I Биномиальная аппроксимация

Определение величин K_1, K_2, η_1, η_2

Если $[n_2 < n_1$ и $n_2 < (x_1 + x_2)]$ или $[(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < n_1$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < (x_1 + x_2)]$, величины определяют следующим образом:

$\eta_1 = n_2 =$

$\eta_2 = n_1 =$

$K_1 = n_2 - x_2 =$

$K_2 = n_1 - x_1 =$

В противном случае:

$\eta_1 = n_1$

$\eta_2 = n_2$

$K_1 = x_1 =$

$K_2 = x_2 =$

Вычисление статистики и определение значений по таблице 4

a) Случай $\eta_1 \le K_1 + K_2$ ☐

1) Случай $\dfrac{K_1}{\eta_1} > \dfrac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_1, f_1 и f_2 определяют по 8.3.2 (форма С-2)

$$F_1 = \quad ; f_1 = \quad ; f_2 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют $F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$

2) Случай $\dfrac{K_1}{\eta_1} \le \dfrac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_2, f_1 и f_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1)

$$F_2 = \quad ; f_1 = \quad ; f_2 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют $F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$

b) Случай $\eta_1 > K_1 + K_2$ ☐

1) Случай $\dfrac{K_1}{\eta_1} > \dfrac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_1, f_1 и f_2 определяют по 8.3.2 (форма С-2)

$$F_1 = \quad ; f_1 = \quad , f_2 =$$

По таблице 4 для $q = 1 - \alpha/2$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют $F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2)$ =

2) Случай $\frac{K_1}{\eta_1} \le \frac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_2, f_1 и f_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1).

$$F_2 = \quad ; f_1 = \quad ; f_2 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют $F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2)$ =

Заключение в нетривиальном случае для биномиальной аппроксимации
Гипотезу H_0 отклоняют, если:

$$F_1 \ge F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) \text{ в случае } \frac{K_1}{\eta_1} > \frac{K_2}{\eta_2}$$

или

$$F_2 \ge F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) \text{ в случае } \frac{K_1}{\eta_1} \le \frac{K_2}{\eta_2},$$

в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Нормальная аппроксимация
Вычисление статистики и определение значений по таблице 3

a) Случай $\frac{x_1}{n_1} > \frac{x_2}{n_2}$ ☐

Значение z_1 определяют по 8.3.2 (форма С-2)
z_1 =
По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ =

b) Случай $\frac{x_1}{n_1} \le \frac{x_2}{n_2}$ ☐

Значение z_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1)
z_2 =
По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ =

Заключение в нетривиальном случае для нормальной аппроксимации
Гипотезу H_0 отклоняют, если:

$$z_1 \ge u_{1-\alpha/2} \text{ в случае } \frac{x_1}{n_1} > \frac{x_2}{n_2}$$

или

$$z_2 \ge u_{1-\alpha/2} \text{ в случае } \frac{x_1}{n_1} \le \frac{x_2}{n_2},$$

в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

Результат проверки гипотез:
Гипотеза H_0 отклонена ☐
Гипотеза H_0 не отклонена ☐

9 Таблицы и номограммы

9.1 Интерполяция в таблице 4 квантилей F-распределения

Необходимо определить, что $F_q(f_1, f_2) = F(f_1, f_2)$. Предположим, что в таблице 4 приведены смежные значения $F(f_{11}, f_2)$ и $F(f_{12}, f_2)$ с $f_{11} < f_1 < f_{12}$. Тогда

$$F(f_1, f_2) = F(f_{11}, f_2) - \left[F(f_{11}, f_2) - F(f_{12}, f_2)\right]\frac{f_{12}}{f_1}\left(\frac{f_1 - f_{11}}{f_{12} - f_{11}}\right).$$

Интерполяцию по f_2 выполняют аналогичным способом, если в таблице приведены смежные значения $F(f_1, f_{21})$ и $F(f_1, f_{22})$ с $f_{21} < f_2 < f_{22}$

$$F(f_1, f_2) = F(f_1, f_{21}) - \left[F(f_1, f_{21}) - F(f_2, f_{22})\right]\frac{f_{22}}{f_2}\left(\frac{f_2 - f_{21}}{f_{22} - f_{21}}\right).$$

Если искомое значение ни по f_1 ни по f_2 не приведено в таблице, необходимо выполнить три шага интерполяции.

Сначала выполняют два параллельных шага по одному из двух показателей числа степеней свободы, а затем — следующий шаг по другому показателю числа степеней свободы.

Если $f_1 > 30$ и $f_2 > 30$, квантиль F-распределения вычисляют по следующим уравнениям:

$$\lg F_{0,1} = \frac{1{,}1131}{\sqrt{h - 0{,}77}} - 0{,}527g;$$

$$\lg F_{0,05} = \frac{1{,}4287}{\sqrt{h - 0{,}95}} - 0{,}681g;$$

$$\lg F_{0,025} = \frac{1{,}7023}{\sqrt{h - 1{,}14}} - 0{,}846g;$$

$$\lg F_{0,01} = \frac{2{,}0206}{\sqrt{h - 1{,}40}} - 1{,}073g;$$

$$\lg F_{0,005} = \frac{2{,}2373}{\sqrt{h - 1{,}61}} - 1{,}250g;$$

$$\lg F_{0,001} = \frac{2{,}6841}{\sqrt{h - 2{,}09}} - 1{,}672g,$$

где $g = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}$;

$h = \frac{2f_1f_2}{f_1 + f_2}$;

$F_q(f_1, f_2) = F_q$.

9.2 Пример

Пример для определения критического значения $C_{l,0}$ для нулевой гипотезы H_0: $p \geq p_0$ отмечен в номограмме (рисунок 2) полужирной линией (см. 7.2.1). Заданы значения $p_0 = 0{,}15$, $\alpha = 0{,}05$ и $n = 35$. По номограмме определяют значение x между прямыми линиями 1 и 2. Таким образом, $C_{l,0} = 2$.

Предположим, что объем выборки n не определен. Если помимо этого задано, что $\beta = 0{,}10$ и $p' = 0{,}039$, то вторую линию проводят от p' к $1 - \beta$ для определения объема выборки. По точке пересечения этих двух линий в номограмме определяют, что $n = 50$ и $x = 3$. Таким образом, нулевую гипотезу H_0 принимают, если $x \leq 3$, в противном случае принимают альтернативную гипотезу.

Таблица 2 — Верхние односторонние доверительные границы для пропорции p с $n \leq 30$

n	Значение x при q = 0,950																													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	0.950																													
2	0.777	0.975																												
3	0.632	0.865	0.984																											
4	0.528	0.752	0.903	0.988																										
5	0.451	0.658	0.811	0.924	0.990																									
6	0.394	0.582	0.729	0.847	0.938	0.992																								
7	0.349	0.521	0.659	0.775	0.872	0.947	0.993																							
8	0.313	0.471	0.600	0.711	0.808	0.889	0.954	0.994																						
9	0.284	0.430	0.550	0.656	0.749	0.832	0.903	0.959	0.995																					
10	0.259	0.395	0.507	0.607	0.697	0.778	0.850	0.913	0.964	0.995																				
11	0.239	0.365	0.471	0.565	0.651	0.729	0.801	0.865	0.922	0.967	0.996																			
12	0.221	0.339	0.439	0.528	0.610	0.685	0.755	0.819	0.878	0.929	0.970	0.996																		
13	0.206	0.317	0.411	0.495	0.573	0.646	0.713	0.777	0.835	0.888	0.934	0.972	0.997																	
14	0.193	0.297	0.386	0.466	0.541	0.610	0.675	0.737	0.794	0.848	0.896	0.939	0.975	0.997																
15	0.182	0.280	0.364	0.440	0.511	0.578	0.641	0.701	0.757	0.810	0.859	0.904	0.944	0.976	0.997															
16	0.171	0.264	0.344	0.417	0.485	0.549	0.609	0.667	0.722	0.774	0.823	0.868	0.910	0.947	0.978	0.997														
17	0.162	0.251	0.327	0.396	0.461	0.522	0.581	0.636	0.690	0.740	0.789	0.834	0.877	0.916	0.951	0.979	0.997													
18	0.154	0.238	0.311	0.377	0.439	0.498	0.555	0.608	0.660	0.709	0.757	0.802	0.844	0.884	0.921	0.953	0.980	0.998												
19	0.146	0.227	0.296	0.360	0.420	0.476	0.530	0.582	0.632	0.680	0.727	0.771	0.813	0.853	0.891	0.925	0.956	0.981	0.998											
20	0.140	0.217	0.283	0.344	0.402	0.456	0.508	0.559	0.607	0.654	0.699	0.742	0.783	0.823	0.861	0.896	0.929	0.958	0.982	0.998										
21	0.133	0.207	0.271	0.330	0.385	0.437	0.488	0.536	0.583	0.629	0.672	0.715	0.756	0.795	0.832	0.868	0.902	0.933	0.960	0.983	0.998									
22	0.128	0.199	0.260	0.316	0.370	0.420	0.469	0.516	0.561	0.605	0.648	0.689	0.729	0.768	0.805	0.841	0.874	0.906	0.936	0.962	0.984	0.998								
23	0.123	0.191	0.250	0.304	0.355	0.404	0.451	0.497	0.541	0.584	0.625	0.665	0.704	0.742	0.779	0.814	0.848	0.880	0.911	0.939	0.964	0.985	0.998							
24	0.118	0.183	0.240	0.293	0.342	0.390	0.435	0.479	0.522	0.563	0.604	0.643	0.681	0.718	0.754	0.789	0.823	0.855	0.886	0.915	0.941	0.966	0.985	0.998						
25	0.113	0.177	0.232	0.282	0.330	0.376	0.420	0.463	0.504	0.544	0.584	0.622	0.659	0.695	0.731	0.765	0.798	0.830	0.861	0.890	0.918	0.944	0.967	0.986	0.998					
26	0.109	0.170	0.223	0.272	0.319	0.363	0.406	0.447	0.487	0.527	0.565	0.602	0.638	0.674	0.708	0.742	0.775	0.807	0.837	0.867	0.895	0.922	0.946	0.968	0.987	0.999				
27	0.106	0.164	0.216	0.263	0.308	0.351	0.393	0.433	0.472	0.510	0.547	0.583	0.619	0.654	0.687	0.720	0.753	0.784	0.814	0.844	0.872	0.899	0.925	0.948	0.970	0.987	0.999			
28	0.102	0.159	0.209	0.255	0.298	0.340	0.380	0.419	0.457	0.494	0.530	0.566	0.600	0.634	0.667	0.700	0.731	0.762	0.792	0.821	0.850	0.877	0.903	0.927	0.950	0.971	0.988	0.999		
29	0.099	0.154	0.202	0.247	0.289	0.329	0.368	0.406	0.443	0.480	0.515	0.549	0.583	0.616	0.648	0.680	0.711	0.742	0.771	0.800	0.828	0.855	0.881	0.906	0.930	0.952	0.972	0.988	0.999	
30	0.096	0.149	0.196	0.239	0.280	0.319	0.358	0.394	0.430	0.466	0.500	0.534	0.567	0.599	0.631	0.662	0.692	0.722	0.751	0.779	0.807	0.834	0.860	0.886	0.910	0.932	0.954	0.973	0.989	0.999

Продолжение таблицы 2

n	Значение x при q = 0,975														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.975														
2	0.842	0.988													
3	0.708	0.906	0.992												
4	0.603	0.806	0.933	0.994											
5	0.522	0.717	0.854	0.948	0.995										
6	0.460	0.642	0.778	0.882	0.957	0.996									
7	0.410	0.579	0.710	0.816	0.902	0.964	0.997								
8	0.370	0.527	0.651	0.756	0.843	0.915	0.969	0.997							
9	0.337	0.483	0.601	0.701	0.788	0.864	0.926	0.972	0.998						
10	0.309	0.446	0.557	0.653	0.738	0.813	0.879	0.934	0.975	0.998					
11	0.285	0.413	0.518	0.610	0.693	0.767	0.833	0.891	0.940	0.978	0.998				
12	0.265	0.385	0.485	0.572	0.652	0.724	0.790	0.849	0.901	0.946	0.980	0.998			
13	0.248	0.361	0.455	0.539	0.615	0.685	0.749	0.808	0.862	0.910	0.950	0.981	0.999		
14	0.232	0.339	0.429	0.508	0.582	0.649	0.712	0.770	0.824	0.873	0.917	0.954	0.983	0.999	
15	0.219	0.320	0.405	0.481	0.552	0.617	0.678	0.735	0.788	0.837	0.882	0.923	0.957	0.984	0.999
16	0.206	0.384	0.457	0.524	0.587	0.646	0.702	0.754	0.803	0.849	0.890	0.928	0.960	0.985	0.999
17	0.196	0.365	0.435	0.499	0.560	0.617	0.671	0.722	0.771	0.816	0.858	0.897	0.932	0.963	0.986
18	0.186	0.348	0.415	0.477	0.535	0.591	0.643	0.693	0.740	0.785	0.828	0.867	0.904	0.936	0.965
19	0.177	0.332	0.396	0.456	0.513	0.566	0.617	0.666	0.712	0.756	0.798	0.838	0.875	0.909	0.940
20	0.169	0.317	0.379	0.437	0.492	0.543	0.593	0.640	0.685	0.729	0.770	0.809	0.847	0.882	0.914
21	0.162	0.304	0.364	0.420	0.472	0.522	0.570	0.616	0.660	0.703	0.743	0.782	0.819	0.855	0.888
22	0.155	0.292	0.350	0.403	0.454	0.503	0.549	0.594	0.637	0.678	0.718	0.757	0.793	0.829	0.862
23	0.149	0.281	0.336	0.388	0.438	0.485	0.530	0.573	0.615	0.656	0.695	0.732	0.769	0.803	0.837
24	0.143	0.270	0.324	0.374	0.422	0.468	0.511	0.554	0.595	0.634	0.672	0.709	0.745	0.779	0.813
25	0.138	0.261	0.313	0.361	0.408	0.452	0.494	0.536	0.575	0.614	0.651	0.687	0.723	0.756	0.789
26	0.133	0.252	0.302	0.349	0.394	0.437	0.478	0.518	0.557	0.595	0.631	0.667	0.701	0.735	0.767
27	0.128	0.243	0.292	0.338	0.381	0.423	0.463	0.502	0.540	0.577	0.613	0.647	0.681	0.714	0.746
28	0.124	0.236	0.283	0.327	0.369	0.410	0.449	0.487	0.524	0.560	0.595	0.629	0.662	0.694	0.725
29	0.120	0.228	0.274	0.317	0.358	0.398	0.436	0.473	0.509	0.544	0.578	0.611	0.644	0.675	0.706
30	0.116	0.221	0.266	0.308	0.348	0.386	0.423	0.459	0.494	0.529	0.562	0.594	0.626	0.657	0.688

n	Значение x при q = 0,975														
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															
16	0.999														
17	0.987	0.999													
18	0.967	0.987	0.999												
19	0.943	0.968	0.988	0.999											
20	0.918	0.946	0.970	0.989	0.999										
21	0.893	0.922	0.949	0.971	0.989	0.999									
22	0.868	0.898	0.926	0.951	0.973	0.990	0.999								
23	0.844	0.874	0.903	0.929	0.953	0.974	0.990	0.999							
24	0.821	0.85[illegible]	0.880	0.907	0.932	0.955	0.975	0.991	1						
25	0.798	0.828	0.857	0.885	0.911	0.935	0.957	0.976	0.999	1					
26	0.777	0.806	0.835	0.863	0.889	0.914	0.937	0.959	0.991	0.999	1				
27	0.756	0.785	0.814	0.842	0.868	0.894	0.918	0.940	0.977	0.991	0.991	1			
28	0.736	0.765	0.794	0.821	0.848	0.873	0.898	0.921	0.960	0.978	0.978	0.992	1		
29	0.717	0.746	0.774	0.801	0.828	0.853	0.878	0.901	0.942	0.962	0.962	0.979	0.992	1	
30	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.923	0.944	0.944	0.963	0.979	0.992	1

Продолжение таблицы 2

n	Значение *x* при *q* = 0,990																													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	0.990																													
2	0.900	0.995																												
3	0.785	0.942	0.997																											
4	0.684	0.860	0.959	0.998																										
5	0.602	0.778	0.895	0.968	0.998																									
6	0.536	0.706	0.827	0.916	0.974	0.999																								
7	0.483	0.644	0.764	0.858	0.930	0.978	0.999																							
8	0.438	0.590	0.707	0.802	0.880	0.940	0.981	0.999																						
9	0.401	0.545	0.657	0.750	0.830	0.895	0.947	0.983	0.999																					
10	0.370	0.505	0.612	0.703	0.782	0.850	0.907	0.953	0.985	0.999																				
11	0.343	0.470	0.573	0.661	0.738	0.807	0.866	0.917	0.958	0.986	1																			
12	0.319	0.440	0.538	0.623	0.698	0.766	0.826	0.879	0.925	0.962	0.988	1																		
13	0.299	0.413	0.507	0.588	0.661	0.728	0.788	0.842	0.890	0.931	0.965	0.989	1																	
14	0.281	0.390	0.479	0.557	0.628	0.693	0.752	0.806	0.855	0.899	0.936	0.967	0.990	1																
15	0.265	0.368	0.454	0.529	0.597	0.660	0.718	0.772	0.821	0.866	0.906	0.941	0.970	0.990	1															
16	0.251	0.349	0.431	0.503	0.569	0.630	0.687	0.740	0.789	0.834	0.875	0.913	0.945	0.972	0.991	1														
17	0.238	0.332	0.410	0.480	0.544	0.603	0.658	0.710	0.758	0.803	0.845	0.884	0.918	0.949	0.974	0.992	1													
18	0.226	0.317	0.392	0.459	0.520	0.578	0.631	0.682	0.729	0.774	0.816	0.855	0.891	0.923	0.952	0.975	0.992	1												
19	0.216	0.302	0.375	0.439	0.499	0.554	0.607	0.656	0.702	0.747	0.788	0.827	0.864	0.897	0.928	0.954	0.977	0.992	1											
20	0.206	0.289	0.359	0.421	0.479	0.533	0.583	0.631	0.677	0.720	0.762	0.800	0.837	0.871	0.903	0.932	0.957	0.978	0.993	1										
21	0.197	0.277	0.344	0.405	0.460	0.512	0.562	0.609	0.653	0.696	0.736	0.775	0.811	0.846	0.878	0.908	0.935	0.959	0.979	0.993	1									
22	0.189	0.266	0.331	0.389	0.443	0.494	0.542	0.587	0.631	0.673	0.712	0.750	0.787	0.821	0.854	0.884	0.913	0.938	0.961	0.980	0.994	1								
23	0.182	0.256	0.319	0.375	0.427	0.476	0.523	0.567	0.610	0.651	0.690	0.727	0.763	0.797	0.830	0.861	0.890	0.917	0.941	0.963	0.981	0.994	1							
24	0.175	0.247	0.307	0.362	0.412	0.460	0.505	0.549	0.590	0.630	0.668	0.705	0.741	0.775	0.807	0.838	0.867	0.895	0.921	0.944	0.965	0.982	0.994	1						
25	0.169	0.238	0.296	0.349	0.398	0.445	0.489	0.531	0.572	0.611	0.648	0.684	0.719	0.753	0.785	0.816	0.845	0.873	0.899	0.924	0.946	0.966	0.982	0.994	1					
26	0.163	0.230	0.286	0.338	0.385	0.430	0.473	0.515	0.554	0.592	0.629	0.664	0.699	0.732	0.764	0.794	0.824	0.852	0.879	0.904	0.927	0.948	0.967	0.983	0.995	1				
27	0.157	0.222	0.277	0.327	0.373	0.417	0.459	0.499	0.538	0.575	0.611	0.646	0.679	0.712	0.743	0.774	0.803	0.831	0.858	0.883	0.908	0.930	0.951	0.969	0.984	0.995	1			
28	0.152	0.215	0.268	0.317	0.362	0.404	0.445	0.484	0.522	0.558	0.594	0.628	0.661	0.693	0.724	0.754	0.783	0.811	0.838	0.864	0.888	0.911	0.933	0.952	0.970	0.984	0.995	1		
29	0.147	0.208	0.260	0.307	0.351	0.393	0.432	0.470	0.507	0.543	0.577	0.611	0.643	0.675	0.705	0.735	0.764	0.791	0.818	0.844	0.869	0.892	0.914	0.935	0.954	0.971	0.985	0.995	1	
30	0.143	0.202	0.252	0.298	0.341	0.381	0.420	0.457	0.493	0.528	0.562	0.594	0.626	0.657	0.687	0.717	0.745	0.773	0.799	0.825	0.850	0.874	0.896	0.918	0.937	0.956	0.972	0.986	0.995	1

Окончание таблицы 2

n	Значение *x* при *q* = 0,995																													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
1	0.995																													
2	0.930	0.998																												
3	0.830	0.959	0.999																											
4	0.735	0.890	0.971	0.999																										
5	0.654	0.815	0.918	0.978	0.999																									
6	0.587	0.747	0.857	0.934	0.982	1																								
7	0.531	0.685	0.798	0.883	0.945	0.985	1																							
8	0.486	0.632	0.743	0.831	0.901	0.953	0.987	1																						
9	0.445	0.585	0.693	0.781	0.854	0.914	0.959	0.988	1																					
10	0.412	0.545	0.649	0.736	0.810	0.872	0.924	0.963	0.990																					
11	0.383	0.509	0.609	0.694	0.767	0.831	0.886	0.932	0.967	0.991	1																			
12	0.357	0.478	0.573	0.656	0.728	0.792	0.848	0.897	0.938	0.970	0.992																			
13	0.335	0.450	0.542	0.621	0.692	0.755	0.812	0.862	0.906	0.943	0.973	0.992	1																	
14	0.316	0.425	0.513	0.590	0.658	0.721	0.777	0.828	0.874	0.914	0.948	0.975	0.993	1																
15	0.298	0.402	0.487	0.561	0.628	0.689	0.744	0.795	0.842	0.884	0.920	0.952	0.977	0.993	1															
16	0.282	0.382	0.463	0.535	0.600	0.659	0.714	0.764	0.811	0.853	0.892	0.926	0.955	0.978	0.994															
17	0.268	0.364	0.442	0.511	0.574	0.631	0.685	0.735	0.781	0.824	0.863	0.899	0.931	0.958	0.980	0.994	1													
18	0.255	0.347	0.422	0.489	0.550	0.606	0.658	0.707	0.753	0.796	0.836	0.872	0.905	0.935	0.960	0.981	0.995													
19	0.244	0.332	0.404	0.469	0.528	0.582	0.633	0.681	0.727	0.769	0.809	0.846	0.880	0.911	0.939	0.963	0.982	0.995	1											
20	0.233	0.318	0.388	0.450	0.507	0.560	0.610	0.657	0.701	0.743	0.783	0.820	0.855	0.887	0.916	0.942	0.965	0.983	0.995											
21	0.223	0.305	0.372	0.433	0.488	0.540	0.588	0.634	0.678	0.719	0.758	0.795	0.830	0.862	0.893	0.920	0.945	0.967	0.984	0.995	1									
22	0.215	0.293	0.358	0.417	0.470	0.521	0.568	0.613	0.655	0.696	0.735	0.771	0.806	0.839	0.870	0.898	0.924	0.948	0.968	0.985	0.996									
23	0.206	0.282	0.345	0.402	0.454	0.503	0.549	0.593	0.634	0.674	0.712	0.748	0.783	0.816	0.847	0.876	0.903	0.928	0.950	0.970	0.985	0.996	1							
24	0.199	0.272	0.333	0.388	0.438	0.486	0.531	0.574	0.614	0.654	0.691	0.727	0.761	0.794	0.825	0.854	0.882	0.908	0.931	0.953	0.971	0.986	0.996							
25	0.191	0.262	0.322	0.375	0.424	0.470	0.514	0.556	0.596	0.634	0.671	0.706	0.740	0.772	0.803	0.833	0.861	0.887	0.912	0.934	0.955	0.972	0.987	0.996	1					
26	0.185	0.253	0.311	0.363	0.410	0.456	0.498	0.539	0.578	0.615	0.652	0.686	0.720	0.752	0.782	0.812	0.840	0.867	0.892	0.915	0.937	0.956	0.973	0.987	0.996	1				
27	0.179	0.245	0.301	0.351	0.398	0.442	0.483	0.523	0.561	0.598	0.633	0.667	0.700	0.732	0.762	0.792	0.820	0.847	0.872	0.896	0.919	0.940	0.958	0.974	0.988	0.997	1			
28	0.173	0.237	0.292	0.340	0.386	0.429	0.469	0.508	0.545	0.581	0.616	0.650	0.682	0.713	0.743	0.772	0.800	0.827	0.853	0.877	0.900	0.922	0.942	0.960	0.975	0.988	0.997			
29	0.167	0.230	0.283	0.330	0.375	0.416	0.456	0.494	0.530	0.566	0.600	0.632	0.664	0.695	0.725	0.754	0.781	0.808	0.834	0.859	0.882	0.904	0.925	0.944	0.961	0.976	0.989	0.997	1	
30	0.162	0.223	0.275	0.321	0.364	0.405	0.443	0.480	0.516	0.551	0.584	0.616	0.647	0.678	0.707	0.736	0.763	0.790	0.815	0.840	0.864	0.886	0.908	0.928	0.946	0.963	0.977	0.989	0.997	1

Таблица 3 — Квантили стандартного нормального распределения u_q

$q = \Phi(u)$	u_q
0,950	1,645
0,975	1,960
0,990	2,326
0,995	2,576

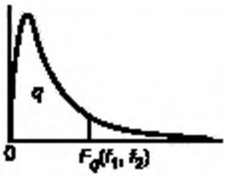

Рисунок 1 — Квантили *F*-распределения

Таблица 4 — Квантили F-распределения (см. рисунок 1)

f_2	q	f_1 = 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
1	0,9	39,9	49,5	53,6	55,8	57,2	58,2	58,9	59,4	59,9	60,2	60,7	61,2	61,7	62,3	62,7	63,3
	0,95	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	250	252	254
	0,975	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985	993	1001	1008	1018
	0,990	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6261	6303	6366
	0,995	16210	20000	21610	22500	23060	23440	23710	23930	24090	24220	24430	24630	24840	25040	25210	25460
	0,999	405300	500000	540400	562500	576400	585900	592900	598100	602300	605600	610700	615800	620900	626100	630300	636600
2	0,9	8,53	9,0	9,16	9,24	9,29	9,33	9,35	9,37	9,38	9,39	9,41	9,42	9,44	9,46	9,47	9,49
	0,95	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
	0,975	38,5	39,0	39,2	39,2	39,3	39,3	39,4	39,4	39,4	39,4	39,4	39,4	39,4	39,5	39,5	39,5
	0,990	98,5	99,0	99,2	99,2	99,3	99,3	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,4	99,5	99,5	99
	0,995	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199	199
	0,999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
3	0,9	5,54	5,46	5,39	5,34	5,31	5,28	5,27	5,25	5,24	5,23	5,22	5,20	5,18	5,17	5,15	5,13
	0,95	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,62	8,58	8,53
	0,975	17,4	16,0	15,4	15,1	14,9	14,7	14,6	14,5	14,5	14,4	14,3	14,3	14,2	14,1	14,0	13,9
	0,990	34,1	30,8	29,5	28,7	28,2	27,9	27,7	27,5	27,3	27,2	27,1	26,9	26,7	26,5	26,4	26,'
	0,995	55,6	49,8	47,5	46,2	45,4	44,8	44,4	44,1	43,9	43,7	43,4	43,1	42,8	42,5	42,2	41,8
	0,999	167	149	141	137	135	133	132	131	130	129	128	127	126	125	125	123
4	0,9	4,54	4,32	4,19	4,1'	4,05	4,01	3,98	3,95	3,94	3,92	3,90	3,87	3,84	3,82	3,80	3,76
	0,95	7,7'	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,75	5,70	5,63
	0,975	12,2	10,6	9,98	9,60	9,36	9,20	3,07	8,96	8,90	8,84	8,75	8,66	8,56	8,46	8,38	8,26
	0,990	21,2	18,0	16,7	16,04	15,5	15,2	15,0	14,8	14,7	14,5	14,4	14,2	14,0	13,8	13,7	13,5
	0,995	31,3	26,3	24,3	23,2	22,5	22,0	21,6	21,4	21,1	21,0	20,7	20,4	20,2	19,9	19,7	19,3
	0,999	74,1	61,2	56,2	53,4	51,7	50,5	49,7	49,0	48,5	48,1	47,4	46,8	46,'	45,4	44,9	44,'
5	0,9	4,06	3,78	3,62	3,52	3,45	3,40	3,37	3,34	3,32	3,30	3,27	3,24	3,21	3,17	3,15	3,10
	0,95	6,6'	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,50	4,44	4,36
	0,975	10,0	8,43	7,76	7,39	7,15	6,98	6,85	6,76	6,68	6,62	6,52	6,43	6,33	6,23	6,14	6,02
	0,990	16,3	13,3	12,'	11,4	11,0	10,7	10,5	10,3	10,2	10,1	9,89	9,72	9,55	9,38	9,24	9,02
	0,995	22,8	18,3	16,5	15,6	14,9	14,5	14,2	14,0	13,8	13,6	13,4	13,1	12,9	12,7	12,5	12,'
	0,999	47,2	37,1	33,2	31,1	29,8	28,8	28,2	27,6	27,2	26,9	26,4	25,9	25,4	24,9	24,4	23,8
6	0,9	3,78	3,46	3,29	3,18	3,11	3,05	3,0'	2,98	2,96	2,94	2,90	2,87	2,84	2,80	2,77	2,72
	0,95	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,2'	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,81	3,75	3,67
	0,975	8,8'	7,26	6,60	6,23	5,99	5,82	5,70	5,60	5,52	5,46	5,37	5,27	5,17	5,07	4,98	4,85
	0,990	13,7	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,72	7,56	7,40	7,23	7,09	6,88
	0,995	18,6	14,5	12,9	12,0	11,5	11,'	10,8	10,6	10,4	10,3	10,0	9,81	9,59	9,36	9,17	8,88
	0,999	35,5	27,0	23,7	21,9	20,8	20,0	19,5	19,0	18,7	18,4	18,0	17,6	17,'	16,7	16,3	15,7

Продолжение таблицы 4

f_2	q	f_1															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
7	0,9	3,59	3,26	3,07	2,96	2,88	2,83	2,78	2,75	2,72	2,70	2,67	2,63	2,59	2,56	2,52	2,47
	0,95	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,38	3,32	3,23
	0,975	8,07	6,54	5,89	5,52	5,29	5,12	4,99	4,90	4,82	4,76	4,67	4,57	4,47	4,36	4,28	4,14
	0,990	12,2	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	5,99	5,86	5,65
	0,995	16,2	12,4	10,9	10,'	9,52	9,16	8,89	8,68	8,51	8,38	8,18	7,97	7,75	7,53	7,35	7,08
	0,999	29,2	21,7	18,8	17,2	16,2	15,5	15,0	14,6	14,3	14,'	13,7	13,3	12,9	12,5	12,2	11,7
8	0,9	3,46	3,11	2,92	2,81	2,73	2,67	2,62	2,59	2,56	2,54	2,50	2,46	2,42	2,38	2,35	2,29
	0,95	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,08	3,02	2,93
	0,975	7,57	6,06	5,42	5,05	4,82	4,65	4,53	4,43	4,36	4,30	4,20	4,10	4,00	3,89	3,81	3,67
	0,990	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,20	5,07	4,86
	0,995	14,7	11,0	9,60	8,81	8,30	7,95	7,69	7,50	7,34	7,21	7,0'	6,81	6,61	6,40	6,22	5,95
	0,999	25,4	18,5	15,8	14,4	13,5	12,9	12,4	12,0	11,8	11,5	11,2	10,8	10,5	10,1	9,80	9,33
9	0,9	3,36	3,01	2,81	2,69	2,6'	2,55	2,51	2,47	2,44	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,22	2,16
	0,95	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,86	2,80	2,71
	0,975	7,21	5,71	5,08	4,72	4,48	4,32	4,20	4,10	4,03	3,96	3,87	3,77	3,67	3,56	3,47	3,33
	0,990	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,1'	4,96	4,81	4,65	4,52	4,31
	0,995	13,6	10,1	8,72	7,96	7,47	7,14	6,88	6,69	6,54	6,42	6,23	6,03	5,83	5,62	5,45	5,19
	0,999	22,9	16,4	13,9	12,6	11,7	11,1	10,7	10,4	10,1	9,89	9,57	9,24	8,90	8,55	8,26	7,81
10	0,9	3,29	2,92	2,73	2,61	2,52	2,46	2,41	2,38	2,35	2,32	2,28	2,24	2,20	2,16	2,12	2,06
	0,95	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,9'	2,85	2,77	2,70	2,64	2,54
	0,975	6,94	5,46	4,83	4,47	4,24	4,07	3,95	3,85	3,78	3,72	3,62	3,52	3,42	3,3'	3,22	3,08
	0,990	10,0	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,7'	4,56	4,41	4,25	4,12	3,91
	0,995	12,8	9,43	8,08	7,34	6,87	6,54	6,30	6,12	5,97	5,85	5,66	5,47	5,27	5,07	4,90	4,64
	0,999	21,0	14,9	12,6	11,3	10,5	9,93	9,52	9,20	8,96	8,75	8,45	8,13	7,80	7,47	7,19	6,76
1'	0,9	3,23	2,86	2,66	2,54	2,45	2,39	2,34	2,30	2,27	2,25	2,2'	2,17	2,12	2,08	2,04	1,97
	0,95	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,57	2,51	2,40
	0,975	6,72	5,26	4,63	4,28	4,04	3,88	3,76	3,66	3,59	3,53	3,43	3,33	3,23	3,12	3,03	2,88
	0,990	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,40	4,25	4,10	3,94	3,81	3,60
	0,995	12,2	8,91	7,60	6,88	6,42	6,10	5,86	5,68	5,54	5,42	5,24	5,05	4,86	4,65	4,49	4,23
	0,999	19,7	13,8	11,6	10,3	9,58	9,05	8,66	8,35	8,12	7,92	7,53	7,32	7,01	6,68	6,42	6,00
12	0,9	3,18	2,81	2,61	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,21	2,19	2,15	2,10	2,06	2,0'	1,97	1,90
	0,95	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,47	2,40	2,30
	0,975	6,55	5,10	4,47	4,12	3,89	3,73	3,61	3,5'	3,44	3,37	3,28	3,18	3,07	2,96	2,87	2,72
	0,990	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,16	4,01	3,86	3,70	3,57	3,36
	0,995	11,8	8,51	7,23	6,52	6,07	5,76	5,52	5,35	5,20	5,09	4,9'	4,72	4,53	4,33	4,17	3,90
	0,999	18,6	13,0	10,8	9,63	8,89	8,38	8,00	7,7'	7,48	7,29	7,00	6,71	6,40	6,09	5,83	5,42

Продолжение таблицы 4

f_2	q	f_1															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
13	0,9	3,14	2,76	2,56	2,43	2,35	2,28	2,23	2,20	2,16	2,14	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,85
	0,95	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,38	2,31	2,21
	0,975	6,41	4,97	4,35	4,00	3,77	3,60	3,48	3,39	3,31	3,25	3,15	3,05	2,95	2,84	2,74	2,60
	0,990	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	3,96	3,82	3,66	3,5'	3,38	3,17
	0,995	11,4	8,19	6,93	6,23	5,79	5,48	5,25	5,08	4,94	4,82	4,64	4,46	4,27	4,07	3,91	3,65
	0,999	17,8	12,3	10,2	9,07	8,35	7,86	7,49	7,2'	6,98	6,80	6,52	6,23	5,93	5,63	5,37	4,97
14	0,9	3,10	2,73	2,52	2,39	2,3'	2,24	2,19	2,15	2,12	2,10	2,05	2,01	1,96	1,9'	1,87	1,80
	0,95	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,48	2,39	2,3'	2,24	2,13
	0,975	6,30	4,86	4,24	3,89	3,66	3,50	3,38	3,29	3,21	3,15	3,05	2,95	2,84	2,73	2,64	2,49
	0,990	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,80	3,66	3,51	3,35	3,22	3,00
	0,995	11,1	7,92	6,68	6,00	5,56	5,26	5,03	4,86	4,72	4,60	4,43	4,25	4,06	3,86	3,70	3,44
	0,999	17,1	11,8	9,73	8,62	7,92	7,44	7,08	6,80	6,58	6,40	6,13	5,85	5,56	5,25	5,00	4,60
15	0,9	3,07	2,70	2,49	2,36	2,27	2,21	2,16	2,12	2,09	2,06	2,02	1,97	1,92	1,87	1,83	1,76
	0,95	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,25	2,18	2,07
	0,975	6,20	4,77	4,15	3,80	3,58	3,41	3,29	3,20	3,12	3,06	2,96	2,86	2,76	2,64	2,55	2,40
	0,990	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,67	3,52	3,37	3,2'	3,08	2,87
	0,995	10,8	7,70	6,48	5,80	5,37	5,07	4,85	4,67	4,54	4,42	4,25	4,07	3,88	3,69	3,52	3,26
	0,999	16,6	11,3	9,34	8,25	7,57	7,09	6,74	6,47	6,26	6,08	5,8'	5,54	5,25	4,95	4,70	4,31
16	0,9	3,05	2,67	2,46	2,33	2,24	2,18	2,13	2,09	2,06	2,03	1,99	1,94	1,89	1,84	1,79	1,72
	0,95	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,19	2,12	2,01
	0,975	6,12	4,69	4,03	3,73	3,50	3,34	3,22	3,12	3,05	2,99	2,89	2,79	2,68	2,57	2,47	2,32
	0,990	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,10	2,97	2,75
	0,995	10,6	7,51	6,30	5,64	5,2'	4,91	4,69	4,52	4,38	4,27	4,10	3,92	3,73	3,54	3,37	3,11
	0,999	16,1	11,0	9,01	7,94	7,27	6,80	6,46	6,19	5,98	5,81	5,55	5,27	4,99	4,70	4,45	4,06
17	0,9	3,03	2,64	2,44	2,31	2,22	2,15	2,10	2,06	2,03	2,00	1,96	1,91	1,86	1,8'	1,76	1,69
	0,95	4,45	3,59	3,20	2,96	2,8'	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,15	2,08	1,96
	0,975	6,04	4,62	4,01	3,66	3,44	3,28	3,16	3,06	2,98	2,92	2,82	2,72	2,62	2,50	2,41	2,25
	0,990	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,00	2,87	2,65
	0,995	10,4	7,35	6,16	5,50	5,07	4,78	4,56	4,39	4,25	4,14	3,97	3,79	3,61	3,4'	3,25	2,98
	0,999	15,7	10,7	8,73	7,68	7,02	6,56	6,22	5,96	5,75	5,58	5,32	5,05	4,78	4,48	4,24	3,85
18	0,9	3,01	2,62	2,42	2,29	2,20	2,13	2,09	2,04	2,00	1,98	1,93	1,89	1,84	1,78	1,74	1,66
	0,95	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,5'	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,1'	2,04	1,92
	0,975	5,98	4,56	3,95	3,61	3,38	3,22	3,10	3,0'	2,93	2,87	2,77	2,67	2,56	2,44	2,35	2,19
	0,990	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,94	3,7'	3,60	3,51	3,37	3,23	3,08	2,92	2,78	2,57
	0,995	10,2	7,21	6,03	5,37	4,96	4,66	4,44	4,28	4,14	4,03	3,86	3,68	3,50	3,30	3,14	2,87
	0,999	15,4	10,4	8,49	7,46	6,8'	6,35	6,02	5,76	5,56	5,39	5,13	4,87	4,59	4,30	4,06	3,67

Продолжение таблицы 4

f_2	q	f_1															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
19	0,9	2,99	2,61	2,40	2,27	2,18	2,11	2,06	2,02	1,98	1,96	1,9'	1,86	1,81	1,76	1,71	1,63
	0,95	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,3'	2,23	2,16	2,07	2,00	1,88
	0,975	5,92	4,51	3,90	3,56	3,33	3,17	3,05	2,96	2,88	2,82	2,72	2,62	2,51	2,39	2,30	2,13
	0,990	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,30	3,15	3,00	2,84	2,71	2,49
	0,995	10,1	7,09	5,92	5,27	4,85	4,56	4,34	4,18	4,04	3,93	3,76	3,59	3,40	3,2'	3,04	2,78
	0,999	15,1	10,2	8,28	7,27	6,62	6,18	5,85	5,59	5,39	5,22	4,97	4,70	4,43	4,14	3,90	3,51
20	0,9	2,97	2,59	2,38	2,25	2,16	2,09	2,04	2,00	1,96	1,94	1,89	1,84	1,79	1,74	1,69	1,61
	0,95	4,35	3,49	3,10	2,87	2,7'	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,04	1,97	1,84
	0,975	5,87	4,46	3,86	3,51	3,29	3,13	3,01	2,9'	2,84	2,77	2,68	2,57	2,46	2,35	2,25	2,09
	0,990	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,78	2,64	2,42
	0,995	9,94	6,99	5,82	5,17	4,76	4,47	4,26	4,09	3,96	3,85	3,68	3,50	3,32	3,12	2,96	2,69
	0,999	14,8	9,95	8,10	7,10	6,46	6,02	5,69	5,44	5,24	5,08	4,82	4,56	4,29	4,00	3,77	3,38
21	0,9	2,96	2,57	2,36	2,23	2,14	2,08	2,02	1,98	1,95	1,92	1,87	1,83	1,78	1,72	1,67	1,59
	0,95	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,0'	1,94	1,81
	0,975	5,83	4,42	3,82	3,48	3,25	3,09	2,97	2,87	2,80	2,73	2,64	2,53	2,42	2,3'	2,21	2,04
	0,990	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,5'	3,40	3,31	3,17	3,03	2,88	2,72	2,58	2,36
	0,995	9,83	6,89	5,73	5,09	4,68	4,39	4,18	4,0'	3,88	3,77	3,60	3,43	3,24	3,05	2,88	2,61
	0,999	14,6	9,77	7,94	6,95	6,32	5,88	5,56	5,3'	5,11	4,95	4,70	4,44	4,17	3,88	3,64	3,26
22	0,9	2,95	2,56	2,35	2,22	2,13	2,06	2,01	1,97	1,93	1,90	1,86	1,81	1,76	1,70	1,65	1,57
	0,95	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	1,98	1,91	1,78
	0,975	5,79	4,38	3,78	3,44	3,22	3,05	2,93	2,84	2,76	2,70	2,60	2,50	2,39	2,27	2,17	2,00
	0,990	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,67	2,53	2,31
	0,995	9,73	6,81	5,65	5,02	4,6'	4,32	4,11	3,94	3,81	3,70	3,54	3,36	3,18	2,98	2,82	2,55
	0,999	14,4	9,61	7,80	6,81	6,19	5,76	5,44	5,19	4,99	4,83	4,58	4,33	4,06	3,78	3,54	3,15
23	0,9	2,94	2,55	2,34	2,21	2,11	2,05	1,99	1,95	1,92	1,89	1,84	1,80	1,74	1,69	1,64	1,55
	0,95	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	1,96	1,88	1,76
	0,975	5,75	4,35	3,75	3,41	3,18	3,02	2,90	2,8'	2,73	2,67	2,57	2,47	2,36	2,24	2,14	1,97
	0,990	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,4'	3,30	3,21	3,07	2,93	2,78	2,62	2,48	2,26
	0,995	9,63	6,73	5,58	4,95	4,54	4,26	4,05	3,88	3,75	3,64	3,47	3,30	3,12	2,92	2,76	2,48
	0,999	14,2	9,47	7,64	6,70	6,08	5,65	5,33	5,09	4,89	4,73	4,48	4,23	3,96	3,68	3,44	3,05
24	0,9	2,93	2,54	2,33	2,19	2,10	2,04	1,98	1,94	1,91	1,88	1,83	1,78	1,73	1,67	1,62	1,53
	0,95	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,94	1,86	1,73
	0,975	5,72	4,32	3,72	3,38	3,15	2,99	2,87	2,78	2,70	2,64	2,54	2,44	2,33	2,2'	2,11	1,94
	0,990	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,58	2,44	2,21
	0,995	9,55	6,66	5,52	4,89	4,49	4,20	3,99	3,83	3,69	3,59	3,42	3,25	3,06	2,87	2,70	2,43
	0,999	14,0	9,34	7,55	6,59	5,98	5,55	5,23	4,99	4,80	4,64	4,39	4,14	3,87	3,59	3,36	2,97

Продолжение таблицы 4

f_2	q	f_1															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
25	0,9	2,92	2,53	2,32	2,18	2,09	2,02	1,97	1,93	1,89	1,87	1,82	1,77	1,72	1,56	1,61	1,52
	0,95	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,92	1,84	1,71
	0,975	5,69	4,29	3,69	3,35	3,13	2,97	2,85	2,75	2,68	2,6'	2,51	2,41	2,30	2,18	2,08	1,91
	0,990	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,99	2,85	2,70	2,54	2,40	2,17
	0995	9,48	6,60	5,46	4,84	4,43	4,15	3,94	3,78	3,64	3,54	3,37	3,20	3,01	2,82	2,65	2,38
	0,999	13,9	9,22	7,45	6,49	5,89	5,46	5,15	4,91	4,71	4,56	4,31	4,06	3,79	3,52	3,28	2,89
30	0,9	2,88	2,49	2,28	2,14	2,05	1,98	1,93	1,88	1,85	1,82	1,77	1,72	1,67	1,61	1,55	1,46
	0,95	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,84	1,76	1,62
	0,975	5,57	4,18	3,59	3,25	3,03	2,87	2,75	2,65	2,57	2,5'	2,41	2,31	2,20	2,07	1,97	1,79
	0,990	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,84	2,70	2,55	2,39	2,25	2,01
	0,995	9,18	6,35	5,24	4,82	4,23	3,95	3,74	3,58	3,45	3,34	3,18	3,01	2,82	2,63	2,46	2,18
	0,999	13,3	8,77	7,05	6,12	5,53	5,12	4,82	4,58	4,39	4,24	4,00	3,75	3,49	3,22	2,98	2,59
35	0,9	2,85	2,46	2,25	2,1'	2,02	1,95	1,90	1,85	1,82	1,79	1,74	1,69	1,63	1,57	1,51	1,41
	0,95	4,12	3,27	2,87	2,64	2,49	2,37	2,29	2,22	2,16	2,1'	2,04	1,96	1,88	1,79	1,70	1,56
	0,975	5,48	4,11	3,52	3,18	2,96	2,80	2,68	2,58	2,50	2,44	2,34	2,23	2,12	2,00	1,89	1,70
	0,990	7,42	5,27	4,40	3,9'	3,59	3,37	3,20	3,07	2,96	2,88	2,74	2,60	2,44	2,28	2,14	1,89
	0,995	8,98	6,19	5,39	4,48	4,09	3,81	3,6'	3,45	3,32	3,2'	3,05	2,88	2,69	2,50	2,33	2,04
	0,999	10,9	8,47	6,79	5,88	5,30	4,89	4,59	4,36	4,18	4,03	3,79	3,55	3,29	3,02	2,78	2,38
40	0,9	2,84	2,44	2,23	2,09	2,00	1,93	1,87	1,83	1,79	1,76	1,71	1,66	1,61	1,54	1,48	1,38
	0,95	4,08	3,23	2,84	2,6'	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,74	1,66	1,51
	0,975	5,42	4,05	3,46	3,13	2,90	2,74	2,62	2,53	2,45	2,39	2,29	2,18	2,07	1,94	1,83	1,64
	0,990	7,3'	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,66	2,52	2,37	2,20	2,06	1,80
	0,995	8,83	6,07	4,98	4,37	3,99	3,71	3,5'	3,35	3,22	3,12	2,95	2,78	2,60	2,40	2,23	1,93
	0,999	12,6	8,25	6,59	5,70	5,13	4,73	4,44	4,21	4,02	3,87	3,64	3,40	3,14	2,87	2,64	2,23
45	0,9	2,82	2,42	2,21	2,07	1,98	1,91	1,85	1,81	1,77	1,74	1,70	1,64	1,58	1,52	1,46	1,35
	0,95	4,06	3,20	2,81	2,58	2,42	2,31	2,22	2,15	2,10	2,05	1,97	1,89	1,81	1,71	1,63	1,47
	0,975	5,38	4,01	3,42	3,09	2,86	2,70	2,58	2,49	2,41	2,35	2,25	2,14	2,03	1,90	1,79	1,59
	0,990	7,23	5,11	4,25	3,77	3,45	3,23	3,07	2,94	2,83	2,74	2,61	2,46	2,31	2,14	2,00	1,74
	0,995	8,7'	5,97	4,89	4,29	3,91	3,64	3,43	3,28	3,15	3,04	2,88	2,71	2,53	2,33	2,16	1,85
	9,999	12,4	8,09	6,45	5,56	5,00	4,61	4,32	4,09	3,91	3,76	3,53	3,29	3,04	2,76	2,53	2,12
50	0,9	2,8'	2,41	2,20	2,06	1,97	1,90	1,84	1,80	1,76	1,73	1,68	1,63	1,57	1,50	1,44	1,33
	0,95	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,95	1,87	1,78	1,69	1,60	1,44
	0,975	5,34	3,97	3,39	3,05	2,83	2,67	2,55	2,46	2,38	2,32	2,22	2,11	1,99	1,87	1,75	1,55
	0,990	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,56	2,42	2,27	2,10	1,95	1,68
	0,995	8,63	5,90	4,83	4,23	3,85	3,58	3,38	3,22	3,09	2,99	2,82	2,65	2,47	2,27	2,10	1,79
	0,999	12,2	7,96	6,34	5,46	4,90	4,51	4,22	4,00	3,82	3,67	3,44	3,20	2,95	2,68	2,44	2,03

Окончание таблицы 4

f_2	q	f_1															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	50	∞
60	0,9	2,79	2,39	2,18	2,04	1,95	1,87	1,82	1,77	1,74	1,71	1,66	1,60	1,54	1,48	1,41	1,29
	0,95	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,65	1,56	1,39
	0,975	5,29	3,93	3,34	3,01	2,79	2,63	2,51	2,4'	2,33	2,27	2,17	2,06	1,94	1,82	1,70	1,48
	0,990	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,50	2,35	2,20	2,03	1,88	1,60
	0,995	8,49	5,79	4,73	4,14	3,76	3,49	3,29	3,13	3,01	2,90	2,74	2,57	2,39	2,19	2,01	1,69
	0,999	12,0	7,77	6,17	5,31	4,76	4,37	4,09	3,86	3,69	3,54	3,32	3,08	2,83	2,55	2,32	1,89
80	0,9	2,77	2,37	2,15	2,02	1,92	1,85	1,79	1,75	1,71	1,68	1,63	1,57	1,51	1,44	1,38	1,24
	0,95	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,88	1,79	1,70	1,60	1,51	1,32
	0,975	5,22	3,86	3,28	2,95	2,73	2,57	2,45	2,35	2,28	2,21	2,1'	2,00	1,88	1,75	1,63	1,40
	0,990	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,42	2,27	2,12	1,94	1,79	1,49
	0,995	8,33	5,67	4,61	4,03	3,65	3,39	3,19	3,03	2,91	2,80	2,64	2,47	2,29	2,08	1,90	1,56
	0,999	11,7	7,54	5,97	5,12	4,58	4,20	3,92	3,70	3,53	3,39	3,16	2,93	2,68	2,4'	2,16	1,72
100	0,9	2,76	2,36	2,14	2,00	1,9'	1,83	1,78	1,73	1,69	1,66	1,6'	1,56	1,49	1,42	1,35	1,21
	0,95	3,94	3,09	2,70	2,46	2,3'	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,85	1,77	1,68	1,57	1,48	1,28
	0,975	5,18	3,83	3,25	2,92	2,70	2,54	2,42	2,32	2,24	2,18	2,08	1,97	1,85	1,7'	1,59	1,35
	0,990	6,90	4,82	3,98	3,51	3,2'	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,37	2,22	2,07	1,89	1,74	1,43
	0,995	8,24	5,59	4,54	3,96	3,59	3,33	3,13	2,97	2,85	2,74	2,58	2,41	2,23	2,02	1,84	1,49
	0,999	11,5	7,41	5,86	5,02	4,48	4,11	3,83	3,6'	3,44	3,30	3,07	2,84	2,59	2,32	2,08	1,62
120	0,9	2,75	2,35	2,13	1,99	1,90	1,82	1,77	1,72	1,68	1,65	1,60	1,55	1,48	1,4'	1,34	1,19
	0,95	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,55	1,46	1,25
	0,975	5,15	3,80	3,23	2,89	2,67	2,52	2,39	2,30	2,22	2,16	2,05	1,94	1,82	1,69	1,56	1,31
	0,990	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	2,19	2,03	1,86	1,70	1,38
	0,995	8,18	5,54	4,50	3,92	3,55	3,28	3,09	2,93	2,81	2,71	2,54	2,37	2,19	1,98	1,80	1,43
	0,999	11,4	7,32	5,78	4,95	4,42	4,04	3,77	3,55	3,38	3,24	3,02	2,78	2,53	2,26	2,02	1,54
∞	0,9	2,71	2,30	2,08	1,94	1,85	1,77	1,72	1,67	1,63	1,60	1,55	1,49	1,42	1,34	1,26	1,00
	0,95	3,84	3,00	2,60	2,37	2,2'	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,46	1,35	1,00
	0,975	5,02	3,69	3,12	2,79	2,57	2,41	2,29	2,19	2,11	2,05	1,94	1,83	1,71	1,57	1,43	1,00
	0,990	6,63	4,61	3,78	3,32	3,02	2,80	2,64	2,5'	2,41	2,32	2,18	2,04	1,88	1,70	1,52	1,00
	0,995	7,88	5,30	4,28	3,72	3,35	3,09	2,90	2,74	2,62	2,52	2,36	2,19	2,00	1,79	1,59	1,00
	0,999	10,8	6,91	5,42	4,62	4,10	3,74	3,47	3,27	3,10	2,96	2,74	2,51	2,27	1,99	1,73	1,00

Примечание — $F_{\alpha}(f_1, f_2) = 1/F_{1-\alpha}(f_2, f_1)$.

Таблица 5 — Общий объем двух выборок $n_1 = n_2$ для обеспечения заданной мощности $1 - \beta$ (0,9; 0,8 или 0,5) при проверке гипотезы H_0: $p_1 \le p_2$ для $\alpha = 0{,}05$ и различных значений p_1 и p_2 при условии, что $p_1 > p_2$

p_2	p_1									
	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
0,9	503 371 184									
0,8	89 67 38	232 173 87								
0,7	42 34 19	74 56 31	338 249 121							
0,6	25 20 12	39 30 17	97 73 37	408 302 143						
0,5	18 14 9	25 19 11	47 36 19	111 84 43	445 321 155					
0,4	13 11 7	17 13 9	30 23 12	53 41 22	116 85 43	445 321 155				
0,3	10 9 6	12 10 6	18 15 9	31 23 12	53 41 22	111 84 43	408 302 143			
0,2	8 6 5	10 8 5	12 10 6	18 15 9	30 23 12	47 36 19	97 73 37	338 249 121		
0,1	6 5 3	8 6 3	10 8 5	12 10 6	17 13 9	25 19 11	39 30 17	74 56 31	232 173 87	
0,05	5 5 3	6 5 3	8 6 5	10 9 6	13 11 7	18 14 9	25 20 12	42 34 19	89 67 38	503 371 184

Примечание — В каждой ячейке таблицы верхнее число обозначает общий объем выборки $n_1 = n_2$ для $1 - \beta = 0{,}9$, среднее число соответствует $1 - \beta = 0{,}8$, а нижнее число соответствует $1 - \beta = 0{,}5$. Например, если $p_1 = 0{,}9$ и $p_2 = 0{,}8$, нужно выбрать $n_1 = n_2 = 232$ для $1 - \beta = 0{,}9$, $n_1 = n_2 = 173$ для $1 - \beta = 0{,}8$ и $n_1 = n_2 = 87$ для $1 - \beta = 0{,}5$.

Таблица 6 — Общий размер двух выборок $n_1 = n_2$ для обеспечения заданной мощности $1 - \beta$ (0,9; 0,8 или 0,5) при проверке гипотезы H_0: $p_1 \leq p_2$ для $\alpha = 0{,}01$ и различных значений p_1 и p_2 при условии, что $p_1 > p_2$

p_2	p_1									
	0,95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2
0,9	745 583 333									
0,8	130 101 61	344 269 155								
0,7	60 49 32	108 86 52	503 393 221							
0,6	37 31 18	56 46 27	143 113 66	609 475 265						
0,5	25 20 14	35 29 18	69 55 34	163 129 73	667 519 285					
0,4	18 16 10	24 20 13	42 34 21	77 60 35	171 137 78	667 519 285				
0,3	14 12 9	18 15 10	28 22 13	43 35 22	77 60 35	163 129 73	609 475 265			
0,2	12 9 6	13 12 8	18 16 9	28 22 13	42 34 21	69 55 34	143 113 66	503 393 221		
0,1	9 8 6	9 9 6	13 12 8	18 15 10	24 20 13	35 29 18	56 46 27	108 86 52	344 269 155	
0,05	8 5 5	9 8 6	12 9 6	14 12 9	18 16 10	25 20 14	37 31 18	60 49 32	130 101 61	745 583 333

Примечание — В каждой ячейке таблицы верхнее число обозначает общий объем выборки $n_1 = n_2$ для $1 - \beta = 0{,}9$, среднее число соответствует $1 - \beta = 0{,}9$, а нижнее число соответствует $1 - \beta = 0{,}5$. Например, если $p_1 = 0{,}9$ и $p_2 = 0{,}8$, нужно выбрать $n_1 = n_2 = 344$ для $1 - \beta = 0{,}9$ и $n_1 = n_2 = 155$ для $1 - \beta = 0{,}5$.

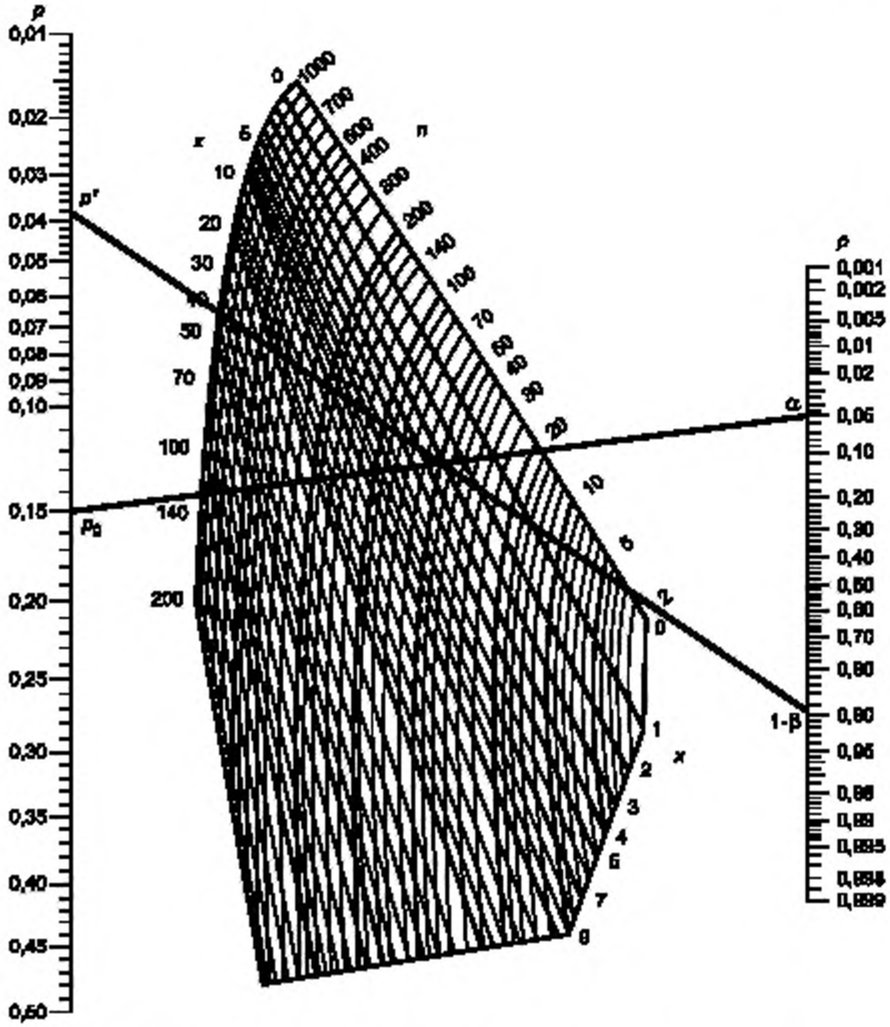

Рисунок 2 — Номограмма Ларсона для биномиального распределения

Примечание — Если $p < 0{,}01$, необходимо отметить λ_p вместо p на шкале p и умножить значение, указанное на n-шкале, на λ. Определить λ как $0{,}01/p$, округляя до ближайшего большего целого значения.

Приложение А
(обязательное)

Вычисление оперативной характеристики критерия для формы В

А.1 Односторонний критерий для H_0: $p \geq p_0$

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Заданное значение p_0 =
Выбранный уровень значимости α =
Объем выборки n =
Пропорция, для которой рассчитывается вероятность неотклонения гипотезы H_0 – p' =
Если критические значения, соответствующие n и p_0 для указанного уровня значимости α, неизвестны, они должны быть вычислены по 8.2 (формы В).
$C_{l,0}$ =

Определение вероятности неотклонения нулевой гипотезы H_0 – P_α.
Если гипотеза H_0 истинна, то вероятность ошибки первого рода равна 1 – P_α. Достигнутый уровень значимости α' равен вероятности ошибки первого рода при $p' = p_0$.
Если альтернативная гипотеза истинна, вероятность ошибки второго рода равна P_α.

$$u' = 2\left(\sqrt{\left(C_{l,0}+1\right)\left(1-p'\right)} - \sqrt{\left(n-C_{l,0}\right)p'}\right) =$$

По таблице 3 определяют:
$\Phi(u')$ =
Результаты вычислений:
$P_\alpha = 1 — \Phi(u')$ =
$p' = p_0$ — $\alpha' = \Phi(u')$ =
$p' < p_0$ — $\beta = 1 - \Phi(u')$ =

А.2 Односторонний критерий для H_0: $p \leq p_0$

Характеристика:
Процедура определения:
Элементы:
Критерий для идентификации целевых элементов:
Примечания:

Заданное значение p_0 =
Выбранный уровень значимости α =
Объем выборки n =
Пропорция, для которой рассчитывается вероятность неотклонения гипотезы H_0 – p' =
Если критические значения, соответствующие n и p_0 для указанного уровня значимости α, неизвестны, они должны быть вычислены по 8.2 (формы В).
$C_{u,0}$ =

Определение вероятности неотклонения нулевой гипотезы H_0 – P_α.
Если гипотеза H_0 истинна, вероятность ошибки первого рода равна 1 – P_α. Достигнутый уровень значимости α' равен вероятности ошибки первого рода при $p' = p_0$.
Если альтернативная гипотеза истинна, вероятность ошибки второго рода равна P_α.

$$u'' = 2\left[\sqrt{C_{u,0}\left(1-p'\right)} - \sqrt{\left(n-C_{u,0}+1\right)p'}\right] =$$

По таблице 3 определяют:
$\Phi(u'')$ =
Результаты вычислений:
$P_\alpha = \Phi(u'')$ =
$p' = p_0$ — $\alpha' = \Phi(u'')$ =
$p' > p_0$ — $\beta = 1 - \Phi(u'')$ =

А.3 Двусторонний критерий для H_0: $p = p_0$

Характеристика: Процедура определения: Элементы: Критерий для идентификации целевых элементов: Примечания:
Заданное значение p_0 = Выбранный уровень значимости α = Объем выборки n = Пропорция, для которой рассчитывается вероятность неотклонения гипотезы $H_0 - p'$ = Если критические значения, соответствующие n и p_0 для указанного уровня значимости α, неизвестны, они должны быть вычислены по 8.2 (формы В). $C_{l,t}$ = $C_{u,t}$ =
Определение вероятности неотклонения нулевой гипотезы $H_0 - P_\alpha$. Если гипотеза H_0 истинна, вероятность ошибки первого рода равна $(1 - P_\alpha)$. Достигнутый уровень значимости α' равен вероятности ошибки первого рода при $p' = p_0$. Если альтернативная гипотеза истинна, вероятность ошибки второго рода равна P_α. $u' = 2\left[\sqrt{(C_{l,t}+1)(1-p')} - \sqrt{(n-C_{l,t})p'}\right] =$ $u'' = 2\left[\sqrt{C_{u,t}(1-p')} - \sqrt{(n-C_{u,t}+1)p'}\right] =$ По таблице 3 определяют: $\Phi(u')$ = $\Phi(u'')$ = Результаты вычислений: $P_\alpha = \Phi(u'') - \Phi(u')$ = Если $p' = p_0$ — $\alpha' = 1 - \Phi(u'') + \Phi(u')$ = Если $p' \neq p_0$ — $\beta = \Phi(u'') - \Phi(u')$ =

Приложение В
(справочное)

Примеры заполненных форм

В.1 Формы А

В.1.1 Пример 1 — Форма А-2. Односторонний интервал с нижней доверительной границей для пропорции *p*

Характеристика: Наличие видеомагнитофонов в квартирах.
Процедура определения: Интервью.
Элементы: Жилые дома в определенном районе.
Критерий для идентификации целевых элементов: Наличие по крайней мере одного видеомагнитофона.
Примечания: Нет.

Выбранный уровень доверия $1 - \alpha = 0{,}95$.
Объем выборки $n = 20$.
Число целевых элементов в выборке $x = 14$.

Определение границы доверительного интервала

a) Процедура для $n \le 30$ ☒

1) Случай $x = 0$ ☐
$p_{l,0} = 0$

2) Случай $x > 0$ ☒

По таблице 2 для известных значений n, $X = n - x$ и $q = (1 - \alpha)$ определяют:

$$T_{1-\alpha}(n, n - x) = 0{,}508.$$

$$p_{l,0} = 1 - T_{1-\alpha}(n, n - x) = 0{,}492.$$

b) Процедура для $n > 30$ ☐

1) Случай $x = 0$ ☐
$p_{l,0} = 0$

2) Случай $x = n$ ☐
$p_{l,0} = \alpha^{1/n} =$

3) Случай $0 < x < n$ ☐

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha} =$

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1 - \alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,411	0,677	1,353

$$p_{l,0} = p_* + (1 - 2p_*)\,d/(n+1) - u_{1-\alpha}\sqrt{p_*(1-p_*)\left[1 - d/(n+1)\right]/(n+1)} =$$

где $p_* = x/(n + 1)$.

Результат (искомый доверительный интервал):
$p \ge p_{l,0} = 0{,}492$.

В.1.2 Пример 2 — Форма А-3. Двусторонний доверительный интервал для пропорции *p*

Характеристика: Наличие видеомагнитофонов в квартирах.
Процедура определения: Интервью.
Элементы: Жилые дома в определенном районе.
Критерий для идентификации целевых элементов: Наличие по крайней мере одного видеомагнитофона в здании.
Примечания: Нет.

Выбранный уровень доверия $1 - \alpha = 0{,}99$.
Объем выборки $n = 90$.
Число целевых элементов в выборке $x = 19$.

Определение границ доверительного интервала

a) Процедура для $n \leq 30$

1) Определение верхней границы доверительного интервала ☐

- Случай $x = n$ ☐

$p_{u,t} = 1$

- Случай $x < n$ ☐

По таблице 2 для известных значений n, $X = x$ и $q = (1 - \alpha/2)$ определяют:

$p_{u,t} = T_{1-\alpha/2}(n, x) =$

2) Определение нижней границы доверительного интервала:

- Случай $x = 0$ ☐
- Случай $x > 0$ ☐

По таблице 2 для известных значений n, $X = n - x$ и $q = (1 - \alpha/2)$ определяют:

$$T_{1-\alpha/2}(n, n - x) =$$

$$p_{l,t} = 1 - T_{1-\alpha/2}(n, n - x) =$$

b) Процедура для $n > 30$ ☒

3) Определение верхней границы доверительного интервала ☐

- Случай $x = 0$ ☐

$p_{u,t} = 1 - (\alpha/2)^{1/n} =$

- Случай $x = n$ ☐

$p_{u,t} = 1$

- Случай $0 < x < n$ ☒

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2} = 2{,}576$.

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1-\alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,677	0,960	1,659

$$p_{u,t} = p_* + (1-2p_*)\,d/(n+1) - u_{1-\alpha/2}\sqrt{p_*\,(1-p_*)\left[1-d/(n+1)\right]/(n+1)} = 0{,}341$$

где $p_* = (x + 1)/(n + 1)$.

3) Определение нижней границы доверительного интервала:

- Случай $x = 0$ ☐

$p_{l,t} = 0$

- Случай $x = n$ ☐

$p_{l,t} = (\alpha/2)^{1/n} =$

- Случай $0 < x < n$ ☒

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2} = 2{,}576$.

Значение d, соответствующее выбранному уровню доверия, определяют по следующей таблице.

$1-\alpha$	0,90	0,95	0,99
d	0,677	0,960	1,659

$$p_{l,t} = p_* + (1-2p_*)\,d/(n+1) + u_{1-\alpha/2}\sqrt{p_*\,(1-p_*)\left[1-d/(n+1)\right]/(n+1)} = 0{,}111$$

где $p_* = x/(n + 1)$.

Результаты (искомый доверительный интервал):

$p_{l,t} = 0{,}111$;

$p_{u,t} = 0{,}341$;

$p_{l,t} \leq p \leq p_{u,t}$

В.2 Формы В

В.2.1 Пример 1 — Форма В-2. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0 для одностороннего критерия с H_0: $p \le p_0$

Характеристика: Наличие видеомагнитофонов в квартирах.
Процедура определения: Интервью.
Элементы: Жилые дома в определенном районе.
Критерий для идентификации целевых элементов: Наличие по крайней мере одного видеомагнитофона.
Примечания: Нет.

Заданное значение p_0 = 0,48.
Выбранный уровень значимости α = 0,05.
Объем выборки n = 20.
Число целевых элементов в выборке x = 14.

Процедура проверки гипотез:

I Критические значения известны (см. 7.2.1)
$C_{u,0}$ =
Гипотезу H_0 отклоняют, если $x > C_{u,0}$.
В противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Критические значения неизвестны ☒

а) Случай $x \le p_0 n$ ☐
Гипотезу H_0 не отклоняют.

b) Случай $x > p_0 n$ ☒

1) Процедура для $n \le 30$ ☒
Определяют по 8.1.2 (форма А-2) одностороннюю нижнюю доверительную границу для n, x и уровня доверия $(1 - \alpha)$
$p_{l,0}$ = 0,492.
Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,0} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

2) Процедура для $n > 30$ ☐

- Случай $x = n$ ☐
$p_{l,0} = \alpha^{1/n}$ = [см. 8.1.2 b) 2)].
Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,0} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

- Случай $0 < x < n$ ☐
По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha}$ =

$$u_2 = 2\left[\sqrt{x(1-p_0)} - \sqrt{(n-x+1)p_0}\right].$$

Гипотезу H_0 отклоняют, если $u_2 > u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.

Результат проверки гипотез:
Гипотеза H_0 отклонена ☒
Гипотеза H_0 не отклонена ☐

Определение критических значений
$C_{u,0}$ — наибольшее целое число x, для которого процедура проверки гипотез по форме В-2 (II) не ведет к отклонению нулевой гипотезы. Значение $C_{u,0}$ определяют методом итераций путем повторного применения формы В-2 (II) с различными значениями x, пока не будут найдены такие два значения, которые отличаются друг от друга на 1, и при этом одно из значений приводит к отклонению нулевой гипотезы H_0, а другое значение приводит к неотклонению нулевой гипотезы H_0[1)]. Начальное значение $x_{старт}$ может быть получено следующим образом.

В качестве $x^{*2)}$ принимают np_0, округленное до ближайшего целого числа, = 10.
$p_{u,0}|_{x=x^*}$ = 0,699 ($p_{u,0}|_{x=x^*}$ по 8.1.1, форма А-1)
$x_{старт}$ равно значению $np_{u,0}|_{x=x^*}$, округленному до ближайшего целого числа, и равно 14.

Интерпретация результатов проверки гипотез по форме В-2 (II):

для $x \le C_{u,0}$ = 13	гипотезу H_0 не отклоняют;
для $x \ge C_{u,0}$ + 1 = 14	гипотезу H_0 отклоняют.

Результат проверки гипотез: $C_{u,0}$ = 13
[1] Критическое значение (или одно из критических значений) может не существовать для некоторых значений p_0 и/или для очень маленьких объемов выборок n. [2] x^* — вспомогательная величина для нахождения $x_{старт}$

В.2.2 Пример 2 — Форма В-3. Сравнение пропорции p с заданным значением p_0 для двустороннего критерия с H_0: $p = p_0$

Характеристика: Наличие видеомагнитофонов в квартирах. Процедура определения: Интервью. Элементы: Жилые дома в определенном районе. Критерий для идентификации целевых элементов: Наличие по крайней мере одного видеомагнитофона. Примечания: Нет.
Заданное значение p_0 = 0,33. Выбранный уровень значимости α = 0,01. Объем выборки n = 90. Число целевых элементов в выборке x = 19.
Процедура проверки гипотез
I Критические значения известны (см. 7.2.1) $C_{l,t}$ = ; $C_{u,t}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если x < $C_{l,t}$ или $x > C_{u,t}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
II Критические значения неизвестны ☒ а) Процедура $n \le 30$ ☐ Определяют по 8.1.3 (форма А-3) двусторонние доверительные границы для n, x и уровня доверия $(1 - \alpha)$ $p_{l,t}$ = ; $p_{u,t}$ = Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,t} > p_0$ или $p_{u,t} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. b) Процедура для $n > 30$ ☒ 1) Случай $x = 0$ ☐ $p_{u,t} = 1 - (\alpha/2)^{1/n} =$ Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{u,t} < p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. 2) Случай $x = n$ ☐ $p_{l,t} = (\alpha/2)^{1/n} =$ Гипотезу H_0 отклоняют, если $p_{l,t} > p_0$, в противном случае гипотезу не отклоняют. 3) Случай $0 < x < n$ ☒ По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют $u_{1-\alpha/2}$ = 2,576. $u_1 = 2\left(\sqrt{(n-x)p_0} - \sqrt{(x+1)(1-p_0)}\right) = 2{,}359707;$ $u_2 = 2\left(\sqrt{x(1-p_0)} - \sqrt{(n-x+1)p_0}\right) = -2{,}613021.$ Гипотезу H_0 отклоняют, если $u_1 > u_{1-\alpha/2}$ или $u_2 > u_{1-\alpha/2}$, в противном случае гипотезу не отклоняют.
Результат проверки гипотез: Гипотеза H_0 отклонена ☐ Гипотеза H_0 не отклонена ☒
Определение критических значений $C_{l,t}$ — наименьшее неотрицательное целое число x и $C_{u,t}$ — наибольшее целое число x, для которого проверка гипотез по форме В-3 (II) не ведет к отклонению H_0. Значения $C_{l,t}$ и $C_{u,t}$ определяют методом итераций путем повторного применения формы В-3 (II) с различными значениями x до тех пор, пока не будут определены такие две пары значений, у которых значения в каждой паре отличаются друг от друга на 1, и при этом одно из значений приводит к отклонению нулевой гипотезы H_0, а другое значение приводит к неотклонению нулевой гипотезы H_0[1]. Начальное значение $x_{старт}$ может быть получено следующим образом.

В качестве $x^{*2)}$ определяют значение np_0, округленное до ближайшего целого числа, $x^* = 30$. $p_{l,t}\|_{x=x^*} = 0{,}210$; $p_{u,t}\|_{x=x^*} = 0{,}473$. $p_{l,t}\|_{x=x^*}$ и $p_{u,t}\|_{x=x^*}$ определяют по 8.1.3 (форма А-3). $x_{старт}$ (нижнее) равно значению $np_{l,t}\|_{x=x^*}$, округленному до ближайшего целого числа, и равно 19. $x_{старт}$ (верхнее) равно значению $np_{u,t}\|_{x=x^*}$, округленному до ближайшего целого числа, и равно 43.
Интерпретация результатов проверки гипотез по форме В-3 (II): для $x \le C_{l,t} - 1 = 18$ гипотезу H_0 отклоняют; для $x = C_{l,t} = 19$ и $x = C_{u,t} = 42$ гипотезу H_0 не отклоняют; для $x \ge C_{u,t} + 1 = 43$ гипотезу H_0 отклоняют.
Результаты проверки гипотез: $C_{l,t} = 19$; $C_{u,t} = 42$.
1) Критическое значение (или одно из критических значений) может не существовать для некоторых значений p_0 и/или для очень маленьких объемов выборок n. 2) x^* — вспомогательная величина для нахождения $x_{старт}$.

В.3 Формы С

В.3.1 Пример 1 — Форма С-1. Сравнение двух пропорций для одностороннего критерия H_0: $p_1 \ge p_2$

Характеристика: Наличие видеомагнитофонов в квартирах. Процедура определения: Интервью. Элементы: 1) жилые дома в области А; 2) жилые дома в области В. Критерий для идентификации целевых элементов: Наличие по крайней мере одного видеомагнитофона в зданиях. Примечания: Нет.
Выбранный уровень значимости $\alpha = 0{,}05$. Объем выборки 1: $n_1 = 10$. Объем выборки 2: $n_2 = 15$. Число целевых элементов в выборке 1: $x_1 = 8$. Число целевых элементов в выборке 2: $x_2 = 13$.
Процедура проверки гипотез для тривиальных случаев $\frac{x_1}{n_1} \ge \frac{x_2}{n_2}$. Неравенство является истинным ☐ Неравенство не является истинным ☒ Если неравенство является истинным, нулевую гипотезу не отклоняют; результат проверки гипотез может быть объявлен немедленно. В противном случае проводят следующую процедуру, которая может привести к отклонению или к неотклонению гипотезы H_0.
Процедура проверки гипотез для нетривиальных случаев Если по меньшей мере одно из четырех значений n_1, n_2, $(x_1 + x_2)$, $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ меньше или равно $(n_1 + n_2)/4$, применяют биномиальную аппроксимацию, приведенную в I настоящей формы, в противном случае применяют нормальную аппроксимацию, приведенную в II настоящей формы. Однако, даже если вышеупомянутое условие выполнено, можно применять нормальную аппроксимацию, если выполнены два следующих условия: - при применении биномиальной аппроксимации в таблице 4 F-распределения необходимо использовать интерполяцию; - n_1 и n_2 или $(x_1 + x_2)$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ попарно являются величинами одного порядка. Решение: Должна применяться биномиальная аппроксимация (продолжить с I) ☒ Должна применяться нормальная аппроксимация (продолжить с II) ☐

I Биномиальная аппроксимация

Определение величин K_1, K_2, η_1, η_2

Если $[n_2 < n_1$ и $n_2 < (x_1 + x_2)]$ или $[(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < n_1$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < (x_1 + x_2)]$, искомые величины определяют следующим образом:

$\eta_1 = n_2 = 15;$

$\eta_2 = n_1 = 10;$

$K_1 = n_2 - x_2 = 2;$

$K_2 = n_1 - x_1 = 2.$

В противном случае:

$\eta_1 = n_1 =$

$\eta_2 = n_2 =$

$K_1 = x_1 =$

$K_2 = x_2 =$

Вычисление статистики и определение значений по таблице 4

a) Случай $\eta_1 < K_1 + K_2$ ☐

$$F_2 = \frac{(\eta_1 - K_1)(K_1 + 2K_2)}{(K_1 + 1)(\eta_1 + 2\eta_2 - K_1 - 2K_2 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2(\eta_1 - K_1) =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha}(f_1, f_2) =$$

b) Случай $\eta_1 > K_1 + K_2$ ☒

$$F_2 = \frac{K_2(2\eta_1 - K_1)}{(K_1 + 1)(2\eta_2 - K_2 + 1)} = 0{,}9824561.$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_1 + 1) = 6;$$

$$f_2 = 2K_2 = 4.$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha}(f_1, f_2) = 6{,}16.$$

Заключение в нетривиальном случае для биномиальной аппроксимации:

Гипотезу H_0 отклоняют, если $F_2 \geq F_{1-\alpha}(f_1, f_2)$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Нормальная аппроксимация

Вычисление статистики и определение значений по таблице 3

$$z_2 = \frac{n_1(x_1 + x_2) - (x_1 + 1/2)(n_1 + n_2)}{\sqrt{n_1 n_2 (x_1 + x_2)(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)/(n_1 + n_2)}} =$$

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha)$ определяют $u_{1-\alpha} =$

Заключение в нетривиальном случае для нормальной аппроксимации:

Гипотезу H_0 отклоняют, если $z_2 \geq u_{1-\alpha}$, в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

Результат проверки гипотез:

Гипотеза H_0 отклонена ☐

Гипотеза H_0 не отклонена ☒

B.3.2 Пример 2 — Форма С-3. Сравнение двух пропорций для двустороннего критерия H_0: $p_1 = p_2$

Характеристика:
1) наличие видеомагнитофонов марки А в квартирах;
2) наличие видеомагнитофонов марки В в квартирах.
Процедура определения: Интервью.
Элементы: Жилые дома одной определенной области.
Критерий для идентификации целевых элементов:
1) наличие по крайней мере одного видеомагнитофона марки А;
2) наличие по крайней мере одного видеомагнитофона марки В.
Примечания: Нет.

Выбранный уровень значимости $\alpha = 0{,}01$.
Объем выборки 1: $n_1 = 95$.
Объем выборки 2: $n_2 = 95$.
Число целевых элементов в выборке 1: $x_1 = 41$.
Число целевых элементов в выборке 2: $x_2 = 21$.

Проверка гипотез для тривиального случая

$$\frac{x_1}{n_1} = \frac{x_2}{n_2}.$$

Равенство является истинным ☐
Равенство не является истинным ☒
Если равенство является истинным, нулевую гипотезу H_0 не отклоняют и результат проверки гипотез может быть объявлен немедленно. В противном случае проводят следующую процедуру, которая может привести к отклонению или к неотклонению H_0.

Процедура проверки гипотез для нетривиальных случаев
Если по меньшей мере одно из четырех значений n_1, n_2, $(x_1 + x_2)$, $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ меньше или равно $(n_1 + n_2)/4$, применяют биномиальную аппроксимацию, приведенную в I настоящей формы, в противном случае применяют нормальную аппроксимацию, приведенную в II настоящей формы. Однако, даже если вышеупомянутое условие выполнено, можно применять нормальную аппроксимацию, если выполнены два следующих условия:
- при применении биномиальной аппроксимации в таблице 4 F-распределения необходимо использовать интерполяцию;
- n_1 и n_2 или $(x_1 + x_2)$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2)$ попарно являются величинами одного порядка.
Решение:

Должна применяться биномиальная аппроксимация (I) ☐
Должна применяться нормальная аппроксимация (II) ☒

I Биномиальная аппроксимация
Определение переменных K_1, K_2, η_1, η_2
Если $[n_2 < n_1$ и $n_2 < (x_1 + x_2)]$ или $[(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < n_1$ и $(n_1 + n_2 - x_1 - x_2) < (x_1 + x_2)]$, определяют следующим образом:
$\eta_1 = n_2 =$
$\eta_2 = n_1 =$
$K_1 = n_2 - x_2 =$
$K_2 = n_1 - x_1 =$
В противном случае:
$\eta_1 = n_1 =$
$\eta_2 = n_2 =$
$K_1 = x_1 =$
$K_2 = x_2 =$

Вычисление статистики и определение значений по таблице 4

a) Случай $\eta_1 \le K_1 + K_2$ ☐

1) Случай $\frac{K_1}{\eta_1} > \frac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_1, f_1 и f_2 определяют по 8.3.2 (форма С-2)

$$F_1 = \frac{K_1(\eta_1 + 2\eta_2 - K_1 - 2K_2)}{(\eta_1 - K_1 + 1)(K_1 + 2K_2 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(\eta_1 - K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_1 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$$

2) Случай $\frac{K_1}{\eta_1} \le \frac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_2, f_1 и f_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1)

$$F_2 = \frac{(\eta_1 - K_1)(K_1 + 2K_2)}{(K_1 + 1)(\eta_1 + 2\eta_2 - K_1 - 2K_2 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_1 + 1) =$$

$$f_2 = 2(\eta_1 - K_1) =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$$

b) Случай $\eta_1 > K_1 + K_2$ ☐

1) Случай $\frac{K_1}{\eta_1} > \frac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_1, f_1 и f_2 определяют по 8.3.2 (форма С-2)

$$F_1 = \frac{K_1(2\eta_2 - K_2)}{(K_2 + 1)(2\eta_1 - K_1 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_2 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_2 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$$

2) Случай $\frac{K_1}{\eta_1} \le \frac{K_2}{\eta_2}$ ☐

Значения F_2, f_1 и f_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1)

$$F_2 = \frac{K_2(2\eta_1 - K_1)}{(K_1 + 1)(2\eta_2 - K_2 + 1)} =$$

Число степеней свободы F-распределения:

$$f_1 = 2(K_2 + 1) =$$

$$f_2 = 2K_2 =$$

По таблице 4 для $q = (1 - \alpha/2)$, f_1 и f_2 (при необходимости применяют интерполяцию) определяют

$$F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) =$$

Заключение в нетривиальном случае для биномиальной аппроксимации:
Гипотезу H_0 отклоняют, если:

$$F_1 \ge F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) \text{ в случае } \frac{K_1}{\eta_1} > \frac{K_2}{\eta_2}$$

или

$$F_2 \ge F_{1-\alpha/2}(f_1, f_2) \text{ в случае } \frac{K_1}{\eta_1} \le \frac{K_2}{\eta_2},$$

в противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

II Нормальная аппроксимация
Вычисление статистики и определение значений по таблице 3

а) Случай $\frac{x_1}{n_1} > \frac{x_2}{n_2}$ ☐

Значение z_1 определяют по 8.3.2 (форма С-2)

$$z_1 = \frac{\left(x_1 - 1/2\right)\left(n_1 + n_2\right) - n_1\left(x_1 + x_2\right)}{\sqrt{n_1 n_2\left(x_1 + x_2\right)\left(n_1 + n_2 - x_1 - x_2\right)/\left(n_1 + n_2\right)}} = 2{,}94.$$

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют

$$u_{1-\alpha/2} = 2{,}576.$$

b) Случай $\frac{x_1}{n_1} \le \frac{x_2}{n_2}$ ☐

Значение z_2 определяют по 8.3.1 (форма С-1)

$$z_2 = \frac{n_1\left(x_1 + x_2\right) - \left(x_1 + 1/2\right)\left(n_1 + n_2\right)}{\sqrt{n_1 n_2\left(x_1 + x_2\right)\left(n_1 + n_2 - x_1 - x_2\right)/\left(n_1 + n_2\right)}} =$$

По таблице 3 для $q = (1 - \alpha/2)$ определяют

$$u_{1-\alpha/2} =$$

Заключение в нетривиальном случае для нормальной аппроксимации
Гипотезу H_0 отклоняют, если:

$$z_1 \ge u_{1-\alpha/2} \text{ в случае } \frac{x_1}{n_1} > \frac{x_2}{n_2}$$

или

$$z_2 \ge u_{1-\alpha/2} \text{ в случае } \frac{x_1}{n_1} \le \frac{x_2}{n_2}.$$

В противном случае гипотезу H_0 не отклоняют.

Результат проверки гипотез:

Гипотеза H_0 отклонена ☒

Гипотеза H_0 не отклонена ☐

Приложение ДА
(справочное)

Сведения о соответствии ссылочных международных стандартов межгосударственным стандартам

Таблица ДА.1

Обозначение ссылочного международного стандарта	Степень соответствия	Обозначение и наименование соответствующего межгосударственного стандарта
ISO 3534-1:1993	—	*, 1)
* Соответствующий межгосударственный стандарт отсутствует. До его принятия рекомендуется использовать перевод на русский язык данного международного стандарта.		

1) В Российской Федерации действует ГОСТ Р ИСО 3534-1—2019.

Приложение D
(справочное)

Библиография

[1] Walters D.E. In defense of the arc sine approximation. The Statistical. 28, 1979, p. 219—222

[2] Haseman J.K. Exact sample sizes for use with the Fisher-Irwin test for 2 x 2 tables. Biometrics, 34 (1978), p. 106—109

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 МКС 03.120.30

Ключевые слова: статистика, статистический анализ, статистическая проверка гипотез, критерий проверки гипотез, статистический доверительный интервал, доверительные границы

Редактор переиздания *Н.Е. Рагузина*
Технические редакторы *В.Н. Прусакова, И.Е. Черепкова*
Корректор *Е.М. Поляченко*
Компьютерная верстка *Д.В. Кардановской*

Сдано в набор 09.06.2020. Подписано в печать 17.08.2020. Формат 60 × 84 1/8. Гарнитура Ариал.
Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 4,90.

Подготовлено на основе электронной версии, предоставленной разработчиком стандарта

ИД «Юриспруденция», 115419, Москва, ул. Орджоникидзе, 11.
www.jurisizdat.ru y-book@mail.ru

Создано в единичном исполнении во ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ»
для комплектования Федерального информационного фонда стандартов,
117418 Москва, Нахимовский пр-т, д. 31, к. 2.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru