

**М**етодические указания  
по расчету на ЭЦВМ  
температурных полей при  
замораживании горных пород

Белгород 1980

**МИНИСТЕРСТВО ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ СССР**

**Управление горного производства**

**Всесоюзный научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт по освоению месторождений полезных ископаемых, специальным горным работам, рудничной геологии и маршеЩерского делу**

**В И О Г Е И**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ПО РАСЧЕТУ НА ВРЕМЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ  
ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ ГОРНЫХ ПОРОД**

**Белгород 1980**

Настоящие методические указания предназначены для численного моделирования методом конечных элементов (МКЭ) двумерных задач нестационарной теплопроводности на ЭЦМ. Приведена инструкция по эксплуатации программы ХОЛОД I, написанной на языке ФОРТРАН-2 канд. физ.-мат. наук Васильевым В.А. и канд. техн. наук Селезневой Н.А. При отладке и апробации программы принимали участие Осадчий И.Ф., Мурavyева Т.И. и Беляш Т.Б.

Работа утверждена секцией научно-технического совета института ВПОГЕМ 19 июня 1980 г. в качестве методических указаний.

## ВВЕДЕНИЕ

Искусственное замораживание грунтов находит широкое применение при проходке горных выработок в сложных гидрогеологических условиях, а также при сооружении промышленных объектов глубокого заложения. Решение инженерных задач при этом требует знания распределения температуры в промерзающих грунтах для расчета скорости промерзания и оценки толщины формируемой ледопородной стенки. Задача теплопроводности с учетом фазового перехода, характерная для промерзающих грунтов, при произвольном размещении замораживающих колонок и теплофизической неоднородности горных пород, не имеет аналитического решения. Сложность проблемы и в то же время ее исключительная важность обусловили широкое применение методов математического моделирования теплофизических процессов.

Среди различных методов моделирования в настоящее время получает наибольшее развитие метод вычислительного эксперимента, основанный на использовании вычислительной математики и средств вычислительной техники, причем для сложных задач наиболее эффективным оказывается метод конечных элементов (МКЭ) [1, 2].

Алгоритмы теплофизического процесса и разработанная на его основе программа для ЭЦМ фигурируют в качестве постоянно действующей математической модели, которую несложно приспособить для конкретного объекта. Как показала практика использования МКЭ в институте ВМОГЕМ [1], постоянно действующие модели нестационарного температурного поля позволяют успешно решать сложные теплофизические задачи замораживания. Цель настоящей работы — изложить методику использования МКЭ в двумерных задачах промерзания горных пород.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Метод конечных элементов успешно применяется при моделировании на ЭЦВМ процесса двумерной нестационарной теплопроводности. Распространение тепла в промерзающих или протаивающих грунтах описывается дифференциальным уравнением параболического типа

$$C_{\text{э}} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \quad (1)$$

где  $T$  - температура;  $\tau$  - время;  $x, y$  - координаты;  $C_{\text{э}}$  - эффективная теплоемкость;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности.

В общем случае теплоемкость и коэффициент теплопроводности являются функциями координат и температуры, следовательно, уравнение (1) - нелинейное. Для решения уравнения задают краевые условия:

1. Начальное распределение температуры внутри рассматриваемой плоской области

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \quad (2)$$

где  $T_0(x, y)$  - известная функция координат.

2. Граничное условие первого рода, состоящее в задании температуры на некоторой части границы области в любой момент времени

$$T(x, y, \tau) = T_n(x, y, \tau), \quad (3)$$

где  $T_n$  - температура на границе  $S_1$ .

3. Если на границе области  $S_2$  задан поток тепла  $q$  (условие II рода) или конвективный теплообмен (условие III рода), то граничное условие записывается в следующем виде [2]:

$$\lambda (\text{grad } T, \vec{n}) + q + \alpha (T - T_c) = 0, \quad (4)$$

где  $\alpha$  - коэффициент теплообмена;  $T$  - температура на границе (неизвестная);  $T_c$  - температура окружающей среды или теплоносителя в колонках;  $\vec{n}$  - внешняя нормаль к поверхности.

Поток тепла  $q$  считается положительным, если тепло теряется телом, причем  $q$  и конвективная потеря тепла  $\alpha (T - T_c)$  не задаются на одном участке границы одновременно. Если задано условие II рода, то  $q = 0$ , если задано  $q$ , то на этом участке  $\alpha = 0$ . Если одновременно  $q = 0$  и  $\alpha = 0$ , то условие (4) сводится к соотношению

$$\lambda(\text{grad } \tau, \vec{n}) = \lambda \frac{\partial \tau}{\partial n} = 0, \quad (5)$$

которое выражает условие теплоизоляции.

Объединение  $S_1$  и  $S_2$  образует полную границу рассматриваемой области. При решении задачи методом конечных элементов изучаемая область разбивается на конечное число ММ треугольных элементов произвольной формы. Все треугольные области нумеруются от 1 до ММ, а все вершины их (узлы) - от I до NN (рисунок). Для произвольного элемента с номерами вершин  $i, j, k$  основное уравнение метода конечных элементов имеет вид [1]

$$[g] \times \{T\} + [m] \times \frac{\partial}{\partial \tau} \{T\} = \{f\}, \quad (6)$$

причем элементы матриц определяются выражениями

$$g_{ij} = \int_{\Delta} \lambda \left( \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy + \int_{S_2} \alpha N_i N_j ds; \quad (7)$$

$$m_{ij} = \int_{\Delta} c_3 N_i N_j dx dy; \quad (8)$$

$$f_i = \int_{S_2} q N_i ds - \int_{S_2} \alpha T_c N_i ds, \quad (9)$$

$$\text{где } N_n = \frac{1}{2\Delta} (a_n + b_n x + c_n y), \quad n = i, j, k. \quad (10)$$

функции  $N_n$  называются функциями формы [2]

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j; \quad a_j = x_k y_i - x_i y_k; \quad a_k = x_i y_j - x_j y_i;$$

$$b_i = y_i - y_k; \quad b_j = y_k - y_i; \quad b_k = y_i - y_j;$$

$$c_i = x_k - x_j; \quad c_j = x_i - x_k; \quad c_k = x_j - x_i;$$

$$\Delta = \frac{1}{2} [(x_i - x_j)(y_i - y_k) - (x_i - x_k)(y_i - y_j)].$$

Система (6) представляет собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматривая расчетный интервал времени

$$0 \leq \tau \leq \Delta \tau$$

и заменяя производную от температуры по времени конечно-разностным отношением, с помощью метода Галеркина получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\left( \frac{1}{\Delta \tau} [m] + \frac{2}{3} [g] \right) \times \{T\}_{\Delta \tau} = \left( \frac{1}{\Delta \tau} [m] - \frac{1}{3} [g] \right) \times \{T\}_0 + \quad (11)$$

$$+ \frac{1}{3} (\{f\}_0 + \{f\}_{\Delta \tau}),$$

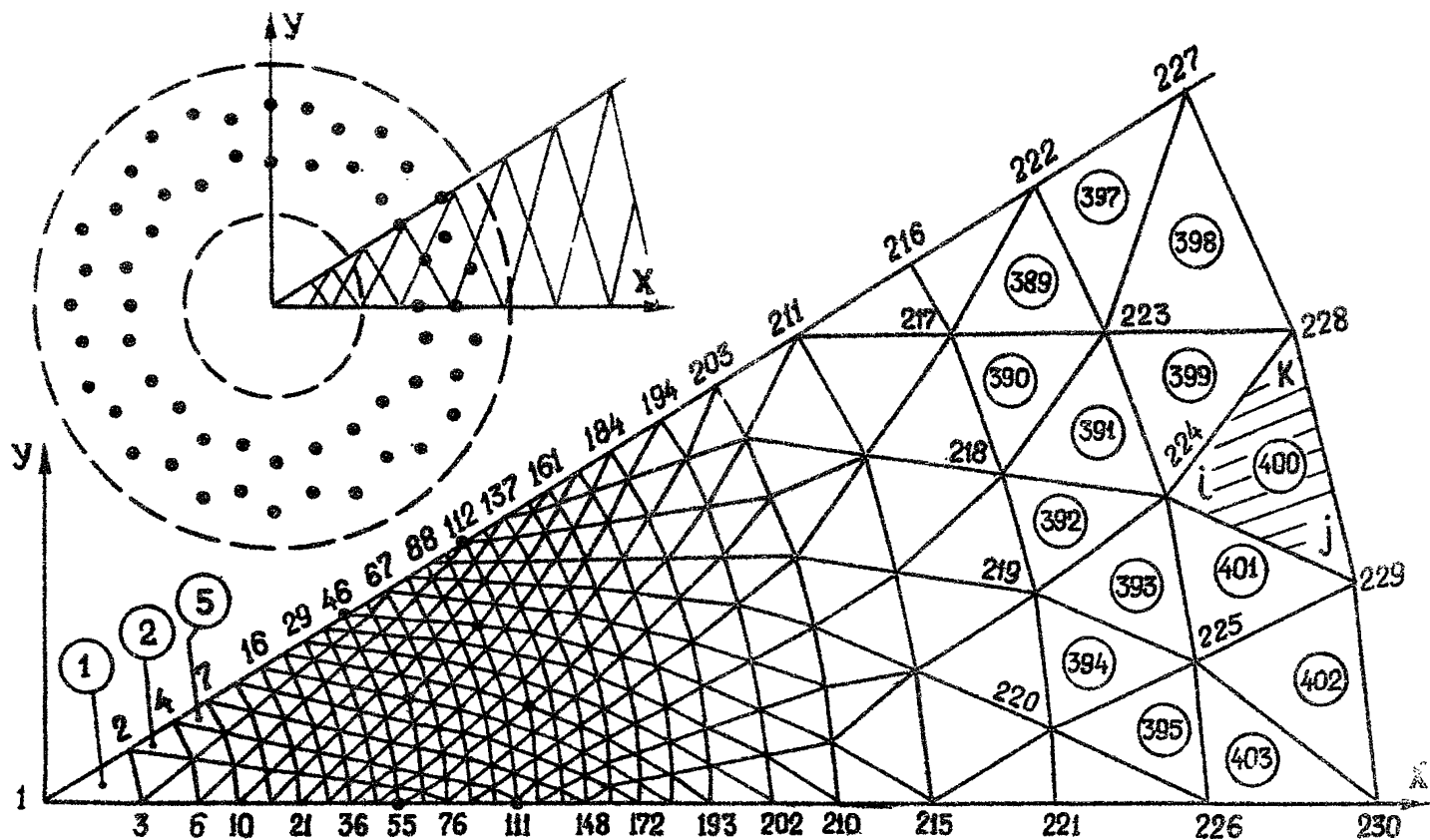


Рис. Пример триангуляции области:  
 1, 2, 3, ... - номера узлов; ①, ②, ③, ... - номера элементов;  
 ● - замораживающие колонки.

где векторы  $\{T\}_{\Delta\tau}$  и  $\{T\}_0$  - значения температуры в вершинах элемента на моменты времени  $\tau = \Delta\tau$  и  $\tau = 0$  соответственно.

Матрица теплоемкости  $[m]$  в развернутом виде имеет структуру

$$[m_{ij}] = \frac{C\varepsilon\Delta}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Суммируя уравнения (II) по всем элементам области, получим результирующую систему, которая имеет вид:

$$[A] \times \{T\}_{\text{нов}} = [B] \times \{T\}_{\text{стар}} + \{F\}. \quad (13)$$

Матрица  $[A]$  является комбинацией матриц  $[q]$  и  $[m]$ , зависит от шага по времени  $\Delta\tau$ . Система линейных алгебраических уравнений и обладает свойствами, которые делают ее весьма удобной для решения, а именно, матрица системы  $[A]$  симметрична и положительно определена, причем имеет ленточную структуру. Последнее обстоятельство позволяет значительно сократить объем памяти ЭЦМ.

Конечно-разностная схема, используемая для временной аппроксимации уравнения (6), является безусловно устойчивой. Безусловная устойчивость означает, что если распределение температуры по времени преобразовать по Фурье в частотную область, то коэффициент усиления для каждой частотной компоненты будет затухать во времени [2]. Однако при этом обычно возникают колебания числовых значений искомых величин температуры. Размах колебаний зависит от теплофизических свойств грунтов, размеров используемых треугольных элементов, величины шага по времени  $\Delta\tau$  и значений Фурье-компонента температурного распределения, соответствующих началу. Поскольку теплофизические свойства грунтов обычно заданы (в прямой задаче), переменными, которыми можно варьировать, будут только размеры элемента и шаг по времени  $\Delta\tau$ . Одновременное уменьшение размеров элемента и  $\Delta\tau$  существенно снижает размах колебаний, тогда как изменение только одной из этих величин при фиксированном значении другой не всегда уменьшает колебания. Не рекомендуется сочетание грубой разбивки области на элементы и малого шага по времени. Опыт показывает, что такая комбинация может привести к результатам, противоречащим физическому смыслу задачи. Алгоритм решения системы (13) прост и заключается в следующем: при известном тепловом состоянии грунта в рассматриваемой области на момент  $\tau = 0$  вычисляются матрицы  $[A]$  и  $[B]$ , а затем вектор правой части.



После этого, зная начальное распределение температуры  $\{T\}_{\text{стар}}$  путем решения системы (13), вычисляется распределение температуры на расчетный промежуток времени  $\{T\}_{\text{нов}}$ . Этот процесс продолжается от исходного состояния до любого заданного момента времени. При учете фазового перехода, следует иметь в виду то обстоятельство, что когда температура приближается к температуре фазового перехода, эквивалентная теплоемкость  $C_{\text{э}}$  претерпевает резкое импульсное изменение, подобно дельта-функции. Вследствие этого при задании эффективной объемной теплоемкости широко применяется метод усреднения, согласно которому распределение теплоты фазового перехода  $Q_{\text{ф}}$  задается на некотором интервале температур [3]

$$C_{\text{э}} = C_{\text{м}} + Q_{\text{ф}} f(T), \quad (14)$$

где  $C_{\text{м}}$  - объемная теплоемкость замороженного грунта;  $f(T)$  - некая функция температуры.

Для талого грунта эффективная теплоемкость принимается равной объемной теплоемкости талого грунта

$$C_{\text{э}} = C_{\text{т}}$$

Функцию  $f(T)$  обычно подбирают так, чтобы распределение теплоты фазового перехода происходило в небольшом интервале температур. Однако при малых  $\Delta T$  появляется опасность проскоков пиковых значений эффективной теплоемкости, что при численном решении задачи на ЭЦВМ приводит к осложнениям. Этот недостаток устраняется, если теплота фазового перехода распределяется по интервалу  $T_3 \leq T \leq T_n$ , где  $T_3$  - температура замерзания воды, а  $T_n$  - температура на границе (на стенках замораживающих колонок) на конечный момент времени. При этом функция  $f(T)$  должна удовлетворять условию

$$\varphi \int_{T_3}^{T_n} f(T) dT = 1, \quad (15)$$

где  $\varphi$  - некоторый коэффициент, зависящий от вида функции  $f(T)$  и температуры  $T_n$ . Очевидно, можно подобрать много функций, удовлетворяющих условию (15).

Как показала практическая реализация такого подхода, удобна такая функция

$$f(T) = \frac{\varphi}{(1 + T_3 - T)^2}, \quad (16)$$

где

$$\varphi = 1 + \frac{1}{T_3 - T_n}. \quad (17)$$

При указанном методе определения эффективной теплоемкости, уравнение (I) можно решать на ЭЦМ численным методом как обычное уравнение теплопроводности с переменными коэффициентами.

На основании описанного алгоритма составлена для ЭЦМ программа ХОЛОД I.

## 2. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОГРАММЫ

Программа ХОЛОД I предназначена для моделирования нестационарного температурного поля в горных породах и состоит из основной программы и шести подпрограмм. Весь пакет написан и отлажен на алгоритмическом языке ФОРТРАН, транслятор Ф-20 для ЭЦМ ВЭСМ-4М. Оригинал хранится на перфокартах (ГОСТ 6198-75) в фонде алгоритмов и программ отдела осушения института ВНОГЕМ. Транслированная программа записана на магнитной ленте.

Максимальное число узловых точек  $NN = 500$ , максимальное число элементов-треугольников - 800.

Ввод исходной информации осуществляется подпрограммой ВВОДТ.

В результате расчета по программе печатается:

- 1) номер варианта;
- 2) число узловых точек области;
- 3) число элементов;
- 4) максимальная разность номеров узлов в треугольниках (ширина полосы матрицы теплопроводности);
- 5) начальное распределение температуры;
- 6) расчетное время;
- 7) значение температуры на расчетный момент времени для каждого узла.

Выдача информации по пп. 6) и 7) повторяется.

Предусмотрена промежуточная выдача результата расчета значений узловых температур на перфокарты. При продолжении расчета полученный массив данных используется в качестве начального распределения температур.

## 3. ИНСТРУКЦИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Для расчетов по программе ХОЛОД I готовится следующая информация.

I. Информационная карта состоит из следующей информации:

$TN$  - расчетный интервал времени, ч;

$T_{MAX}$  - шаг по времени для выдачи на печать результатов расчета ( $T_{MAX} = K \cdot T_N$ , где  $K$  - целое число шагов по времени,  $K = 1, 2, \dots, n$ ), ч;

$T_{KON}$  - полное время расчета, ч;

$NN$  - число узлов;

$MM$  - число элементов;

$TT$  - температура фазового перехода,  $^{\circ}C$ ;

$T_{ФТ} = \varphi Q_{Ф}$  - теплота фазового перехода,  $ккал/м^3$ ;

$NB$  - номер варианта.

Пример подготовки информационной карты.

$T_N = 10$  ч;  $T_{MAX} = 20$  ч;  $T_{KON} = 500$  ч;  $NN = 230$ ;  $MM = 403$ ;  
 $TT = 0^{\circ}C$ ;  $T_{ФТ} = 25000$   $ккал/м^3$ ;  $NB = 1$ .

+	+	2	1	0	
+	+	2	2	0	
+	+	3	5	0	0
+	+	3	23	0	0
+	+	3	403	0	0
+	+	0	0		
+	+	5	25	0	0
+	+	1	1		

2. Массивы  $XX(NN)$ ,  $YY(NN)$  - массивы прямоугольных координат  $X$  и  $Y$  рассматриваемой области. Количество данных в каждом массиве равно количеству узлов  $NN$ . Массивы данных записываются на бланке для передачи на ВЦ в нормализованной форме.

3. Массив  $PP(NN)$  - значение граничных условий, формируется по узлам сетки, причем если в узле задана температура, то  $PP(i) = T(i)$ , в противном случае -  $PP(i) = q(i)$ , где  $q(i)$  - тепловой поток.

4. Массив  $VH(NN)$  - начальное распределение температуры (по узлам сетки).

5. Массив  $TTG(MM)$  - теплоемкость талого грунта, формируется по числу элементов.

6. Массив  $TMG(MM)$  - теплоемкость мерзлого грунта, формируется по элементам.

7. Массив  $ЛТ(MM)$  - теплопроводность талого грунта, готовится по элементам.

8. Массив  $ЛЗ(MM)$  - теплопроводность мерзлого грунта, готовится по элементам.

9. Массив  $NP(NN)$  - признаки граничных условий, вводится форматным вводом по формату I1. При подготовке исходных данных записывается на бланках ФОРТРАН. При  $NP(i) = 0$  в узел с номером  $i$  задается тепловой поток величиной  $PP(i)$ , а при  $NP(i) = 1$  в этот узел задается значение температуры  $PP(i)$ .

10. Массив  $NM(3, MM)$  - номера узлов, окружающих данный треугольный элемент. Массив записывается на бланках ФОРТРАН по формату I9.

Для расчета по программе ХОЛОД I комплектуется колода перфокарт с директивами ОС-М220, которые вызывают программу, записанную на магнитной ленте. После вызова программы вводятся исходные данные. Для выдачи узловых значений температуры на перфокарты необходимо на КВУ ЭЦВМ БЭСМ-4М набрать произвольный код, отличный от нуля. Выданная колода перфокарт ставится в читающее устройство и нажатием клавиши "Пуск" производится фиктивный ввод с контрольным суммированием. При несовпадении контрольной суммы нажатием "Пуск" вывод повторяется. Массивы 2. - 8. записываются на бланках в нормализованной форме. Ниже приводится распечатка программы ХОЛОД I.

```

1      PROGRAM ХОЛОД1
2      DIMENSION XX,УУ,УН(500)
3      333  FORMAT(10X,'ШИРИНА ПОЛОСЫ РАВНА',I10)
4      EXTERNAL ЧТЗУ,ЗПЗУ,УПЕРФ
5      PP=2НРР;УQ=2НУQ;NM=2ННМ;NP=2ННР;ЛТ=2НЛТ;ЛЗ=2НЛЗ;ТТГ=3НТТГ;
6      *ТМГ=3НТМГ;SM=2НСМ
7      CALL LOADGO(Р,2,9,PP,1,500,УQ,1,500,NM,1,800,NP,1,500,ЛТ,1,
8      800,ЛЗ,
9      *1,800,ТТГ,1,800,ТМГ,1,800,SM,1,15000,5ННМОЗУ)
10     CALL LOADGO(XX,УУ,NP,PP,УН,NM,ТН,ТМАХ,ТКОН,NN,MM,ТТ,ТТГ,
11     ТМГ,ТФП,ЛТ
12     *,ЛЗ,ТП,НВ,ЧТЗУ,ЗПЗУ,5НВВОДТ)
13     Т=ТН
14     CALL LOADGO(NM,MM,NN,KW,ЧТЗУ,6НПОЛОБА)
15     ТП=ТМАХ;Т=ТН
16     KK=C
17     GOTO 10078
18     10086 CONTINUE
19     CALL LOADGO(XX,УУ,УQ,УН,SM,ТН,KW,NN,MM,ТТ,ТТГ,ТМГ,ТФП,ЛТ,
20     ЛЗ,ЧТЗ
21     *У,ЗПЗУ,6НМАТРИХ)
22     DO 10150 I=1,NN
23     IF(ЧТЗУ(NP,I))10150,10149,10150
24     10149 R=ЧТЗУ(PP,I);CALL ЗПЗУ(ЧТЗУ(УQ,I)+R,УQ,I)
25     10150 CONTINUE
26     CALL LOADGO(SM,NN,УQ,KW,PP,NP,ЧТЗУ,ЗПЗУ,6НМОДИФ1)
27     CALL LOADGO(УQ,SM,KW,NN,УН,ЧТЗУ,ЗПЗУ,5НГАУСС)
28     KK=KK+1;Т=Т+ТН
29     IF(I-ТМАХ)10086,10086,10087
30     10087 Т=Т-ТН
31     10078 CALL LOADGO(KK,Т,УН,NN,УПЕРФ,6НПЕЧ001)
32     IF(KK)10099,10086,10099
33     10099 ТМАХ=ТМАХ+ТП
34     Т=Т+ТН
35     IF(ТМАХ-ТКОН)10086,10086,10088
36     10088 STOP
37     END

```

```

1      SUBROUTINE ВВОД1(ХХ,УУ,НР,РР,УН,ММ,ТН,ТМАХ,ТКОН,НН,ММ,ТТ
      ТТГ,ТМГ,Т
2      *ФП,ЛТ,ЛЭ,ТН,НВ,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
3      DIMENSION ХХ,УУ,УН(1),ФФ(60),НР(12)
4      10006 FORMAT(5ХХ,'ВАРИАНТ',3Х,14///)
5      10009 FORMAT('ШАГ СЧЕТА ПО ВРЕМЕНИ',F8.1/'ШАГ ПЕЧАТИ ПО ВРЕМЕНИ
      F8.1/'К
6      *ОПЕЧАТНОЕ РАСЧЕТ. ВРЕМЯ',F8.1/'ЧИСЛО УЗЛОВ',15/'ЧИСЛО ТИПОВ
      ГОЛЬНИКОВ'
7      *,15/'ТЕМПЕРАТУРА ТАЯНИЯ ГРУНТА,ГРАД С',F7.2/'ТЕПЛОТА РАБОТЫ
      БОГО ПЕР
8      *ЕКОНДА',F10.1/)
9      770  FORMAT(I1)
10     771  FORMAT(I9)
11     772  FORMAT (I10)
12     CALL ВВОД1(ТН,ТМАХ,ТКОН,НН,ММ,ТТ,ТФП,НВ)
13     PRINT 10009,ТН,ТМАХ,ТКОН,НН,ТТ,ТФП
14     CALL ВВОДМ(ХХ,НН)
15     CALL ВВОДМ(УУ,НН)
16     CALL ВВОДМ(УН,НН)
17     DO 222 I=1,НН
18     222  CALL ЗПЗУ(УН(I),РР,I)
19     CALL ВВОДМ(УН,НН)
20     ИПЕ=1
21     39   IF(ИПЕ-5)38,63,63
22     38   IF(ММ-60)40,41,41
23     40   КФ=ММ;GO TO 42
24     41   КФ=60
25     42   I=1
26     13   CALL ВВОДМ(ФФ,КФ);GO TO(60,61,611,62),ИПЕ
27     60   DO 6 J=1,КФ
28     6    CALL ЗПЗУ(ФФ(J),ТТГ,I+J-1)
29     7    IF(I+60-ММ)11,11,12
30     11   IF(I+120-ММ)15,15,16
31     15   I=I+60;GO TO 13
32     16   I=I+60;КФ=ММ-I+1
33     GO TO 13

```

```

34 12   INE=INE+1;GO TO 39
35 61   DO 53 J=1,KΦ
36 53   CALL ЗПЗУ(ΦΦ(J),ТМГ,I+J-1)
37      GO TO 7
38 611  DO 533 J=1,KΦ
39 533  CALL ЗПЗУ(ΦΦ(J),ЛТ,I+J-1)
40      GO TO 7
41 62   DO 54J=1,KΦ
42 54   CALL ЗПЗУ(ΦΦ(J),ЛБ,I+J-1)
43      GO TO 7
44 63   I=1
45 47   READ 770,(NR(J),J=1,72)
46      PRINT 772,(NR(L1),L1=1,72)
47      DO 44 J=1,72
48 44   CALL ЗПЗУ(NR(J),NP,I+J-1)
49      IF(I+72-NN) 45,45,46
50 45   I=I+72;GO TO 47
51 46   I=1
52 51   READ 771,(NR(J),J=1,8)
53      DO 48 J=1,8
54 48   CALL ЗПЗУ(NR(J),NM,I+J-1)
55      IF(I+8-MM) 49,49,50
56 49   I=I+8;GO TO 51
57 50   PRINT 10006,NB
58      RETURN
59      END

```

```

1      SUBROUTINE МОДИΦ1(SM,NN,УQ,KW,PP,NP,ЧТЗУ,ЗПЗУ)
2      DIMENSION PP(1)
3      DO 1 I=1,NN
4      IF(ЧТЗУ(NP,I))1,1,2
5 2     L=(I-1)*KW+1
6      CALL ЗПЗУ(ЧТЗУ(SM,L)*10**10,SM,L)
7      CALL ЗПЗУ(ЧТЗУ(SM,L)*PP(I),УQ,I)
8 1     CONTINUE
9      RETURN ; END

```

```

4      SUBROUTINE MATRIX(XK,YU,WQ,YH,SM,TN,KW,NN,NM,MM,TT,TTT,TTT,
      TON,LT,
2      *LB,CTBY,SBYU)
3      DIMENSION X,Y,H,NR(3),A,AA,B(3,3),NP,PP,XX,YU,YH(1)
4      10002  FORMAT(1X,'ПЛОЩАДЬ ЭЛЕМЕНТА',2X,I4,' РАВНА НУЛЮ'///)
5      KW=KW*NN
6      10086  DO 11125 I=1,NN
7      11125  CALL SBYU(0.,WQ,I)
8      DO 10027 I=1,KW
9      10027  CALL SBYU(0.,SM,I)
10     DO 10148 I=1,MM
11     10085  NM1=CTBY(NM,I)
12     NR(1)=NM1/1000000
13     NR1=NM1-NR(1)*1000000
14     NR(2)=NR1/1000
15     NR(3)=NR1-NR(2)*1000
16     DO 10028 J=1,3
17     NPN=NR(J)
18     H(J)=YH(NPN)
19     X(J)=XX(NPN)
20     10028  Y(J)=YU(NPN)
21     X21=X(2)-X(1);X13=X(1)-X(3);X32=X(3)-X(2);Y12=Y(1)-Y(2)
22     Y23=Y(2)-Y(3);Y31=Y(3)-Y(1)
23     S=(X21*Y31-X13*Y12)*2
24     IF(S)10029,10030,10129
25     10029  S=-S
26     GO TO 10129
27     10030  PRINT 10002,I
28     STOP
29     10129  HCP=(H(1)+H(2)+H(3))/3
30     IF(HCP-TT)1978,1978,1977
31     1977  QT=CTBY(TT,I);LT1=CTBY(LT,I)
32     OK1=LT1*2/3;D=QT*S/144/TN
33     GO TO 1979
34     1978  QM=CTBY(TM,I);LB1=CTBY(LB,I)
35     OK1=LB1*2/3;D=(QM+TON/(1+(TT-HCP)))*2)*S/144/TN
36     1979  CONTINUE

```



```

37      A(1,2)=@K1*(Y23*Y31+X32*X13)/S
38      A(1,3)=@K1*(Y23*Y12+X32*X21)/S
39      A(1,1)=-A(1,2)-A(1,3)
40      A(2,3)=@K1*(Y31*Y12+X13*X21)/S
41      A(2,1)=A(1,2)
42      A(2,2)=- (A(2,1)+A(2,3))
43      A(3,1)=A(1,3)
44      A(3,2)=A(2,3)
45      A(3,3)=- (A(3,1)+A(3,2))
46      AA(1,1)=A(1,1)+14*D
47      AA(2,2)=A(2,2)+14*D
48      AA(3,3)=A(3,3)+14*D
49      AA(1,2)=AA(2,1)=A(1,2)+5*D
50      AA(1,3)=AA(3,1)=A(1,3)+5*D
51      AA(2,3)=AA(3,2)=A(2,3)+5*D
52      B(1,1)=14*D-A(1,1)/2
53      B(2,2)=14*D-A(2,2)/2
54      B(3,3)=14*D-A(3,3)/2
55      B(1,2)=B(2,1)=5*D-A(1,2)/2
56      B(1,3)=B(3,1)=5*D-A(1,3)/2
57      B(2,3)=B(3,2)=5*D-A(2,3)/2
58      DO 10042 J=1,3
59      NPN=NR(J)
60      DO 10042 K=1,3
61      MPM=NR(K)
62      10042 CALL 3H3Y(UT3Y(YQ,NPN)+B(J,K)*YH(MPM),YQ,NPN)
63      10043 DO 10148 J=1,3
64      N1=NR(J)
65      DO 10148 K=J,3
66      N2=NR(K)
67      IF(N1-N2)10044,10044,10045
68      10044 L=(N1-1)*KW+N2-N1+1
69      GOTO 10046
70      10045 L=(N2-1)*KW+N1-N2+1
71      10046 S1=UT3Y(SM,L)
72      10148 CALL 3H3Y(S1+AA(J,K),SM,L)
73      RETURN ; END

```

```

1      SUBROUTINE FAYCC(VQ,SM,KW,NN,NH,UTSY,ANSY)
2      DIMENSION YH(1)
3      DIMENSION DM(496),DMM,VYQ(32)
4      L=M=L2=L3=0
5      DO 32 I=1,KW
6      VYQ(I)=UTSY(VQ,I)
7      L2=(KW-I+1)*L3+L2
8      DO 33 J=I,KW
9      JJ=J+(KW-1)*(I-1)
10     )3  DM(L2+J)=UTSY(SM,JJ)
11     32  L3=1
12     100 VYQ(I)=VYQ(I)/DM(I)
13     CALL ZTSY(VYQ(I),VQ,I+L)
14     DO 40 J=1,KW-M
15     DMM(J)=DM(J)/DM(I)
16     JJ=J+KW*L
17     40  CALL ZTSY(DMM(J),SM,JJ)
18     L2=0
19     DO 41 I=2,KW-M
20     VYQ(I)=VYQ(I)-VYQ(1)*DM(I)
21     L2=L2+KW-I+1
22     DO 41 J=I,KW-M
23     41  DM(L2+J)=DM(L2+J)-DM(I)*DMM(J)
24     L2=L3=0
25     DO 50 I=1,KW-1-M
26     VYQ(I)=VYQ(I+1)
27     L2=(KW-I+1)*L3+L2
28     DO 56 J=I,KW-1-M
29     56  DM(L2+J)=DM(L2+KW+J-I+1)
30     50  L3=1
31     IF(NN-KW-L)101,101,60
32     101 M=M+1;L=L+1
33     IF(KW-M-2)200,100,100
34     60  L=L+1
35     VYQ(KW)=UTSY(VQ,KW+L)
36     L2=0
37     DO 51 I=1,KW

```

```

38         L1=KW-I+1
39         L2=L2+L1;JJ=L*NW+(KW-1)*I+1
40     51   DM(L2)=QTSY(SM, JJ)
41         GOTO 100
42     200  LR=1
43         YH(NN)=YVQ(1)/DM(1)
44         DO 202 I=1, NN-1
45         Y1H=QTSY(YQ, NN-I)
46         DO 203 J=1, LR
47         JJ=KW*(NN-I-1)+1+J
48     203  Y1H=Y1H-QTSY(SM, JJ)*YH(J-I+NN)
49         YH(NN-I)=Y1H
50         IF(KW-LR-1)202,202,204
51     204  LR=LR+1
52     202  CONTINUE
53         RETURN
54         END

```

```

1         SUBROUTINE POLOSA(NM,MM,NN,KW,QTSY)
2         DIMENSION NR(3)
3         KW=0
4         DO 10124 I=1,MM
5         MAX=0;MIN=1000;NM1=QTSY(NM, I);NR(1)=NM1/1000000
6         NR1=NM1-NR(1)*1000000
7         NR(2)=NR1/1000;NR(3)=NR1-NR(2)*1000
8         DO 10021 J=1,3
9         NA=NR(J)
10        IF(NA-MIN)10019,10020,10020
11    10019 MIN=NA
12    10020 IF(NA-MAX)10022,10022,10021
13    10021 MAX=NA
14    10022 IF(MAX-MIN-KW)10024,10023,10023
15    10023 KW=MAX-MIN+1
16    10124 CONTINUE
17        RETURN
18        END

```

```

1      SUBROUTINE ПЕРФ001(КК,Т,УН,НН,УПЕРФ)
2      DIMENSION УН(1)
3      11008 FORMAT(1X,'РАСЧЕТ НА ВРЕМЯ Т=',F10.2,' ЧАСОВ'///)
4      10008 FORMAT(40X,'НАЧАЛЬНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ')
5      10003 FORMAT(1X,5(I5,4X,F13.2,1X))
6      10000 FORMAT(1H1,118(1H=)///1X,5(23H: УЗЕЛ : ТЕМПЕРАТУРА ),
7          3X,1H: ///11
8          *9(1H=))
9      IF(КК)10079,10078,10079
10     10078 PRINT 10008;GO TO 10108
11     10079 PRINT 11008,Т
12     10108 PRINT 10000
13          I=f
14     10081 N1=УН(I);N2=УН(I+1);N3=УН(I+2);N4=УН(I+3);N5=УН(I+4)
15          I1=I+1;I2=I+2;I3=I+3;I4=I+4
16          PRINT 10003,I,N1,I1,N2,I2,N3,I3,N4,I4,N5
17          I=I+5;IF(I-NН)10081,10081,10082
18     10082 CONTINUE
19          CALL УПЕРФ(КЗУ)
20          IF(КЗУ)1,2,1
21     1      CALL ПЕРФ(УН(1),УН(НН))
22     2      RETURN
23          END

```

## Л и т е р а т у р а

1. Методические указания по применению метода конечных элементов для решения плановых задач фильтрации подземных вод на ЭЦМ. Белгород, ВИОГЕМ, 1979, 50 с.

2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. "Мир", М., 1979, 392 с.

3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., "Наука", 1972, 736 с.

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

Введение . . . . .	3
1. Постановка задачи . . . . .	4
2. Характеристики программы . . . . .	9
3. Инструкция по подготовке исходной информации . . . . .	9

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО РАСЧЕТУ НА ЭЦВМ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ ГОРНЫХ ПОРОД

Научный редактор канд. техн. наук С.Г.Аксенов

Литературный редактор Л.А.Порубай

Технической редактор А.Г.Воронцова

Корректор И.А.Соляр

---

Подписано к печати 27 июня 1980 г.

Объем 1,1 уч.-изд.л. Тираж 150 экз. Заказ № 589.

Ротапринт ВНОГЕМ, г.Белгород, ул.Б.Хмельницкого, 86.

Цена 16 коп.