ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО

ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ РЕГУЛИРОВАНИЮ И МЕТРОЛОГИИ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСТ Р 50779.29—2017 (ИСО 16269—6:2014)

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

Часть 6

Определение статистических толерантных интервалов

(ISO 16269—6:2014 Statistical interpretation of data — Part 6: Determination of statistical tolerance intervals, MOD)

Издание официальное

Москва
Стандартинформ
2017

Предисловие

1 ПОДГОТОВЛЕН Открытым акционерным обществом «Научно-исследовательский центр контроля и диагностики технических систем» (АО «НИЦ КД») на основе собственного перевода на русский язык англоязычной версии стандарта, указанного в пункте 4

2 ВНЕСЕН Техническим комитетом по стандартизации ТК 125 «Применение статистических методов»

3 УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 12 сентября 2017 г. № 1057-ст

4 Настоящий стандарт является модифицированным по отношению к международному стандарту ИСО 16269-6:2014 «Статистическое представление данных. Часть 6. Определение статистических толерантных интервалов» (ISO 16269-6:2014 «Statistical interpretation of data — Part 6: Determination of statistical tolerance intervals», MOD) путем внесения отклонений, объяснение которых приведено во введении к настоящему стандарту.

Международный стандарт разработан Техническим комитетом ISO/TC 69.

Наименование настоящего стандарта изменено относительно наименования указанного международного стандарта для приведения в соответствие с ГОСТ Р 1.5—2012 (пункт 3.5).

Сведения о соответствии ссылочных национальных стандартов международным стандартам, использованным в качестве ссылочных в примененном международном стандарте, приведены в дополнительном приложении ДА

5 ВЗАМЕН ГОСТ Р ИСО 16269-6—2005

Правила применения настоящего стандарта установлены в статье 26 Федерального закона от 29 июня 2015 г. № 162-ФЗ «О стандартизации в Российской Федерации». Информация об изменениях к настоящему стандарту публикуется в ежегодном (по состоянию на 1 января текущего года) информационном указателе «Национальные стандарты», а официальный текст изменений и поправок — в ежемесячном информационном указателе «Национальные стандарты». В случае пересмотра (замены) или отмены настоящего стандарта соответствующее уведомление будет опубликовано в ближайшем выпуске ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты». Соответствующая информация, уведомление и тексты размещаются также в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет (www.gost.ru)

Содержание

Введение

Статистический толерантный интервал (толерантный интервал) — интервал, определяемый по выборке, относительно которого можно утверждать с уровнем доверия $1 - \alpha$, например p = 0,95, что он содержит не менее указанной доли p совокупности. Границы статистического толерантного интервала называют статистическими толерантными границами. Уровень доверия $1 - \alpha$ — это вероятность того, что построенный установленным способом толерантный интервал содержит не менее заданной доли совокупности p. И наоборот, вероятность того, что толерантный интервал не содержит долю совокупности p равна α. В настоящем стандарте приведены методы определения односторонних (имеющих только верхнюю или нижнюю границу) и двусторонних (имеющих верхнюю и нижнюю границы) толерантных интервалов.

Статистический толерантный интервал зависит от уровня доверия $1 - \alpha$ и заданной доли совокупности p. Уровень доверия статистического толерантного интервала аналогичен уровню доверия интервала для параметра распределения. Утверждение относительно доверительного интервала состоит в том, что доверительный интервал накрывает истинное значение параметра с вероятностью $1 - \alpha$ в длинной последовательности повторений процедуры по данным случайных выборок большого объема в идентичных условиях. Аналогичное утверждение относительно статистического толерантного интервала состоит в том, что толерантный интервал накрывает долю совокупности не менее p с вероятностью $1 - \alpha$ в длинной последовательности повторений процедуры по данным случайной выборки в идентичных условиях. Если рассматривать установленную долю совокупности p как оцениваемый параметр, понятия доверительного и толерантного интервала совпадут.

Границы статистических толерантных интервалов являются функциями наблюдений, т. е. статистиками, и принимают различные значения для различных выборок. Для правомерности применения методов, приведенных в настоящем стандарте, необходимо, чтобы наблюдения в выборке были независимыми.

В настоящем стандарте установлены методы определения толерантных интервалов двух типов: параметрические и непараметрические. Параметрический метод основан на предположении о том, что исследуемая случайная величина имеет нормальное распределение. Уровень доверия для толерантного интервала, накрывающего долю совокупности не менее p, составляет $1 - \alpha$ только в том случае, если справедливо предположение о нормальном распределении данных. Для определения толерантного интервала по выборке из нормального распределения используют одну из форм А, В или С, представленных в приложении В.

Параметрические методы для распределений, отличных от нормального, в настоящем стандарте не рассмотрены. Если распределение не является нормальным, могут быть применены непараметрические методы. При определении толерантного интервала для любого непрерывного распределения используют форму D, представленную в приложении В.

Рассматриваемые в настоящем стандарте толерантные границы могут быть использованы при статистическом управлении процессом путем сравнения показателей процесса с одной или двумя установленными границами.

Выше верхней границы требований U доля несоответствующих единиц продукции составляет p_U, а ниже нижней границы требований L доля несоответствующих единиц продукции составляет p_L. Сумму $p_U + p_L = p_T$ называют общей долей несоответствующих единиц продукции. Между установленными границами U и L находится доля совокупности $1 - p_T$.

Идеи, связанные со статистическими толерантными интервалами, имеют более широкое распространение, чем принято считать, например эти интервалы применяют в приемочном контроле по количественному признаку и в статистическом управлении процессами.

В приемочном контроле по количественному признаку границы U и/или L заданы, значения p_U, p_L или p_T устанавливают в соответствии с предельно допустимым уровнем несоответствий AQL; партию принимают, если не превышен AQL для заданного значения α.

В статистическом управлении процессом границы U и L заданы, а значения p_U, p_L и p_T рассчитывают, если распределение известно, или (в противном случае) оценивают. Большое количество примеров, связанных с применением толерантных интервалов, приведено в [1].

Для толерантных интервалов, рассматриваемых в настоящем стандарте, уровень доверия толерантного интервала и доля распределения, накрываемая интервалом, установлены заранее, а границы интервала оценивают. Эти границы можно сравнивать с U и L. Следовательно, приемлемость заданных значений U и L можно оценить на основе сравнения с фактическими свойствами процесса. Односторонние толерантные интервалы используют только в том случае, если задана единственная граница U или L. Двусторонние интервалы используют, если заданы верхняя и нижняя границы.

Терминология в отношении рассматриваемых интервалов очень запутанная, поскольку границы требований U и L также называют границами поля допуска.

В приложении А приведены значения коэффициентов для случая, когда один из параметров нормального распределения неизвестен.

В настоящем стандарте рассмотрены также толерантные интервалы для m совокупностей, имеющих одинаковое стандартное отклонение, при этом из каждой совокупности отбирают выборку объема n.

Из раздела 2 исключены стандарты, которые нецелесообразно применять в соответствии с требованиями национальной стандартизации.

НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Статистические методы

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

Часть 6

Определение статистических толерантных интервалов

Statistical methods. Statistical interpretation of data. Part 6. Determination of statistical tolerance intervals

Дата введения — 2018—12—01

1 Область применения

В настоящем стандарте установлены процедуры определения границ толерантных интервалов, которые накрывают долю совокупности не менее заданной. Приведенные методы позволяют определять как односторонние интервалы, имеющие только верхнюю или только нижнюю границу, так и двусторонние интервалы, имеющие и верхнюю и нижнюю границы. В настоящем стандарте установлены параметрический метод определения толерантных интервалов для нормального распределения и непараметрический метод. Непараметрический метод определения толерантных интервалов не требует знания вида функции распределения, но применим лишь в тех случаях, когда известно, что функция распределения совокупности непрерывна. Также представлены процедуры для определения двустороннего толерантного интервала для более чем одной выборки из нормального распределения, если распределения выборок имеют одну и ту же неизвестную дисперсию.

2 Нормативные ссылки

В настоящем стандарте использованы нормативные ссылки на следующие стандарты:

ГОСТ Р 50779.10 (ИСО 3534-1—93) Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения

ГОСТ Р ИСО 16269-4 Статистические методы. Статистическое представление данных. Часть 4. Выявление и обработка выбросов

Примечание — При пользовании настоящим стандартом целесообразно проверить действие ссылочных стандартов в информационной системе общего пользования — на официальном сайте Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии в сети Интернет или по ежегодному информационному указателю «Национальные стандарты», который опубликован по состоянию на 1 января текущего года, и по выпускам ежемесячного информационного указателя «Национальные стандарты» за текущий год. Если заменен ссылочный стандарт, на который дана недатированная ссылка, то рекомендуется использовать действующую версию этого стандарта с учетом всех внесенных в данную версию изменений. Если заменен ссылочный стандарт, на который дана датированная ссылка, то рекомендуется использовать версию этого стандарта с указанным выше годом утверждения (принятия). Если после утверждения настоящего стандарта в ссылочный стандарт, на который дана датированная ссылка, внесено изменение, затрагивающее положение, на которое дана ссылка, то это положение рекомендуется применять без учета данного изменения. Если ссылочный стандарт отменен без замены, то положение, в котором дана ссылка на него, рекомендуется применять в части, не затрагивающей эту ссылку.

Издание официальное

3 Термины, определения и обозначения

В настоящем стандарте применены следующие термины с соответствующими определениями:

3.1 Термины и определения

3.1.1

толерантный интервал (statistical tolerance interval): Интервал, определяемый по случайной выборке таким способом, что с заданным уровнем доверия этот интервал накрывает долю совокупности не менее заданной.

Примечание — Уровень доверия в этом случае — предел доли интервалов, определенных указанным способом, накрывающих долю выбранной совокупности не менее заданной, при бесконечном повторении метода.

[*ГОСТ Р 50779.10—2000, статья 2.61*]

3.1.2 **толерантная граница** (statistical tolerance limit): Граница толерантного интервала.

Примечание — Статистический толерантный интервал может быть:
- односторонним, если он имеет или верхнюю, или нижнюю толерантную границу;
- двусторонним, если он имеет обе толерантные границы.

3.1.3 **доля накрытия** (coverage): Доля совокупности, накрываемая толерантным интервалом.

Примечание — Данное понятие не следует путать с понятием «коэффициента охвата», используемым в Руководстве по выражению неопределенности измерений (GUM).

3.1.4 **нормальная совокупность** (normal population): Совокупность, подчиняющаяся нормальному закону распределения.

3.2 Обозначения

В настоящем стандарте применены следующие обозначения:

k_1 $(n; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения границ одностороннего толерантного интервала x_L или x_U, если значения μ и σ неизвестны;

k_2 $(n; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения двустороннего толерантного интервала x_L и x_U, если значение μ известно, а значение σ неизвестно;

k_3 $(n; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения одностороннего толерантного интервала x_L или x_U, если значение μ неизвестно, а значение σ известно;

k_4 $(n; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения двустороннего толерантного интервала x_L или x_U, если значения μ и σ неизвестны;

k_C $(n; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения одностороннего толерантного интервала x_L или x_U, если значения μ и σ неизвестны. Индекс *C* выбран в соответствии с обозначением приложения, в котором приведены значения коэффициента k;

k_D $(n; m; p; 1-\alpha)$ — коэффициент, используемый для определения границ *m* двусторонних толерантных интервалов x_{Li} или x_{Ui} (i = 1, 2, ..., m; $m \geq 2$), если значения средних μ_i и одинакового для всех совокупностей значения σ неизвестны. Индекс *D* выбран в соответствии с обозначением приложения, в котором приведены значения коэффициента k;

n — количество наблюдений в выборке;

p — минимальная доля совокупности, накрываемая толерантным интервалом с заданным уровнем доверия;

u_p — квантиль стандартного нормального распределения уровня p;

x_j — j-е наблюдаемое значение;

x_{ij} — j-е наблюдаемое значение (j = 1, 2, ..., n) i-й выборки (i = 1, 2, ..., m);

x_{max} — максимальное наблюдаемое значение: $x_{max} = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$;

x_{min} — минимальное наблюдаемое значение: $x_{min} = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$;

x_L — нижняя граница толерантного интервала;

x_U — верхняя граница толерантного интервала;

$\bar{x}$ — выборочное среднее:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j;$$

$\bar{x}_i$ — выборочное среднее i-й выборки (i = 1, 2, ..., m),

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij};$$

s — выборочное стандартное отклонение,

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{x}\right)^2} = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}};$$

s_i — выборочное стандартное отклонение i-й выборки (i = 1, 2, ..., m),

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2};$$

s_p — объединенное выборочное стандартное отклонение

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i}^{m} s_i^2};$$

$1 - \alpha$ — уровень доверия, с которым толерантный интервал накрывает долю совокупности не менее заданного значения p;

μ — среднее совокупности;

σ — стандартное отклонение совокупности.

4 Процедуры

4.1 Нормальная совокупность. Дисперсия известна, среднее известно

Если значения среднего μ и дисперсии σ^2 нормальной совокупности известны, распределение исследуемой характеристики полностью определено. В этом случае можно определить интервал, содержащий точно долю p совокупности:

a) односторонний интервал с нижней границей $x_L = \mu - u_p\sigma$;

b) односторонний интервал с верхней границей $x_U = \mu + u_p\sigma$;

c) двусторонний интервал с нижней границей $x_L = \mu - u_{(1+p)/2}\sigma$ и верхней границей $x_U = \mu + u_{(1+p)/2}\sigma$.

Примечание — Эти утверждения являются истинными, они соответствуют уровню доверия 100 %.

4.2 Нормальная совокупность. Дисперсия известна, среднее неизвестно

Если один или оба параметра нормального распределения неизвестны, но получены их выборочные оценки, толерантные интервалы определяют в соответствии с 4.1. Например, в предположении, что среднее неизвестно, но известна дисперсия, значение k может быть установлено так, что интервал между следующими границами

$x_L = \bar{x} - \mathrm{k}\sigma$ и $x_U = \bar{x} + \mathrm{k}\sigma$

накрывает долю совокупности не менее p с уровнем доверия $1 - \alpha$. Следует отметить два важных отличия от ситуации, описанной в 4.1, когда известны и среднее, и дисперсия. Во-первых, при использовании оценок одного или двух параметров интервал накрывает долю совокупности не менее p, а не точно долю совокупности p. Во-вторых, при использовании оценок одного или двух параметров это утверждение справедливо только с уровнем доверия $1 - \alpha$. Коэффициент k в приведенных выше выражениях зависит от параметров нормального распределения, доли совокупности p, уровня доверия $1 - \alpha$, а также от объема выборки. Точные значения коэффициентов k приведены в приложении А для того случая, когда один из параметров нормального распределения неизвестен, а другой известен.

4.3 Нормальная совокупность. Дисперсия неизвестна, среднее неизвестно

Если оба параметра нормального распределения неизвестны, следует применять формы *А* и *В*, приведенные в приложении В. Форму *А* применяют для односторонних интервалов, а форму *В* — для двусторонних интервалов. Форму *А* следует использовать либо вместе с таблицами значений коэффициента k, приведенными в приложении С, либо находить значение k по точной формуле А.5, приведенной в приложении А. Форму *В* следует использовать вместе с значениями коэффициента k (1-я колонка), приведенными в таблицах D.1—D.12 приложения D. Детали определения значений коэффициентов k в соответствии с таблицами D.1—D.12 приложения D приведены в приложении F.

4.4 Нормальная совокупность. Среднее неизвестно, общая дисперсия неизвестна

В том случае, когда и средние, и дисперсии нормальных совокупностей неизвестны, а значение дисперсии во всех совокупностях одинаково, следует применять форму *С*, приведенную в приложении В.

4.5 Непрерывное распределение неизвестного вида

Если исследуемой характеристикой является переменная, принадлежащая совокупности с функцией распределения неизвестного вида, то статистический толерантный интервал может быть определен по порядковым статистикам $x_{(i)}$, полученным по выборке из n независимых случайных наблюдений. Процедура, приведенная в форме *D*, используемая совместно с данными, приведенными в таблицах Е.1 и Е.2 приложения Е, обеспечивает определение необходимого объема выборки на основе порядковых статистик и уровня доверия.

Примечание 1 — Статистические толерантные интервалы, которые не зависят от вида функции распределения совокупности, называются непараметрическими толерантными интервалами.

Примечание 2 — В настоящем стандарте не рассмотрены методы для распределений известного вида, отличных от нормального. Однако к непрерывному распределению могут быть применены непараметрические методы. Использование методов, приведенных в литературных источниках (см. библиографию), может быть полезно при определении толерантных интервалов для распределений других видов.

5 Примеры

5.1 Данные для примеров 1 и 2

Формы *А* и *В*, приведенные в приложении В, иллюстрируют примеры 1 и 2, содержащие 12 результатов измерений прочности хлопковой нити. Количество наблюдений в этом примере $n = 12$. Результаты измерений и вычислений в примерах выражены в сотых долях ньютона (см. таблицу 1).

Таблица 1 — Данные для примеров 1 и 2

В сотых долях Ньютона

x	228,6	232,7	238,8	317,2	315,8	275,1	222,2	236,7	224,7	251,2	210,4	270,7

Результаты измерений получены из партии, содержащей 12000 бобин, упакованных в 120 коробок по 100 шт. в каждой. Из партии случайным образом отобрано 12 коробок, из каждой коробки случайным образом отобрана одна катушка. Образцы длиной 50 см вырезаны из пряжи катушек приблизительно на расстоянии 5 м от свободного конца. Испытания на разрыв проводили на центральных частях этих образцов. Имеющаяся предварительная информация позволяет предположить, что усилия разрыва пряжи, измеренные в этих условиях, имеют нормальное распределение. Приведенные данные не противоречат предположению о нормальном распределении наблюдений.

Использование приведенной в *ГОСТ Р ИСО 16269-4* диаграммы «ящик с усами» в качестве графического теста на наличие выбросов позволяет сделать вывод о том, что с уровнем значимости $\alpha = 0{,}05$ среди полученных данных выбросы отсутствуют.

Данные таблицы 1 дают следующие результаты:

- объем выборки: $n = 12$;
- выборочное среднее: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = 3024{,}1/12 = 252{,}01$;
- выборочное стандартное отклонение:

$$s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{166\,772{,}27}{12 \cdot 11}} = \sqrt{1\,263{,}426\,3} = 35{,}545.$$

Формальное представление вычислений дано в примере 1 в соответствии с формой *А* приложения В (односторонний интервал, неизвестная дисперсия и неизвестное среднее).

5.2 Пример 1. Односторонний толерантный интервал. Дисперсия неизвестна, среднее неизвестно

Необходимо найти такую границу x_L, относительно которой можно утверждать с уровнем доверия $(1 - \alpha) = 0{,}95$ (95 %), что не менее 0,95 (95 %) наблюдений в партии имеют значения не менее x_L, если измерения выполнены в одинаковых условиях. Ниже приведено детальное представление результатов.

Определение статистического толерантного интервала для доли p: a) односторонний интервал с нижней границей x_L. Заданные значения: b) доля совокупности для толерантного интервала: $p = 0{,}95$; c) выбранный уровень доверия: $1 - \alpha = 0{,}95$; d) объем выборки: $n = 12$. Значение коэффициента k_C в соответствии с таблицей С.2 приложения С: $k_C(n; p; 1 - \alpha) = 2{,}7364$.
Вычисления: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = 252{,}01$ $s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = 35{,}545$; $k_C(n; p; 1 - \alpha) \cdot s = 97{,}2653$.
Результаты: правосторонний односторонний интервал. Толерантный интервал, накрывающий долю совокупности не менее p с уровнем доверия $1 - \alpha$, имеет нижнюю границу: $x_L = \bar{x} - k_C(n; p; 1 - \alpha) \cdot s = 154{,}7$.

5.3 Пример 2. Двусторонний статистический толерантный интервал. Среднее неизвестно, дисперсия неизвестна

Необходимо определить такие границы x_L и x_U, для которых можно утверждать с уровнем доверия $(1 - \alpha) = 0{,}95$, что интервал x_L, x_U накрывает долю совокупности не менее $p = 0{,}90$ (90 %).

В соответствии с данными, приведенными в таблице D.4 приложения D для $m = 1$ и $n = 12$,

$k_D(n; 1; p; 1 - \alpha) = 2{,}6703$.

Следовательно

$x_L = \bar{x} - k_D\,(n;\ 1;\ p;\ 1 - \alpha)\cdot s = 252{,}01 - 2{,}6703\cdot 35{,}545 = 157{,}0;$

$x_U = \bar{x} + k_D\,(n;\ 1;\ p;\ 1 - \alpha)\cdot s = 252{,}01 + 2{,}6703\cdot 35{,}545 = 347{,}0.$

5.4 Данные для примеров 3 и 4

Необходимо определить процент сухого остатка в каждой из четырех партий жидких пивных дрожжей. Партии получены от разных поставщиков. Процентное содержание сухого остатка в каждой из четырех партий имеет нормальное распределение с неизвестными средними μ_i, i = 1, 2, 3, 4. В соответствии с предыдущим опытом сделано предположение о равенстве дисперсий совокупностей, соответствующих всем партиям. Последующие исследования не опровергли это предположение. Таким образом можно считать, что все четыре совокупности имеют дисперсию, равную σ^2. Необходимо определить двусторонние толерантные интервалы для процентного содержания сухого остатка в каждой партии.

Данные случайных выборок объема n (см. [2]) приведены в таблице 2.

Т а б л и ц а 2 — Данные для примеров 3 и 4

В процентах

i	j									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	20	18	16	21	19	17	20	16	19	18
2	19	14	17	13	10	16	14	12	15	11
3	11	12	14	10	8	10	13	9	12	8
4	10	7	11	9	6	11	8	12	13	14

x_{ij} – j-е значение из i-й выборки.

В соответствии с этими данными получены следующие результаты:

- объем выборки n = 10;
- количество выборок m = 4;
- выборочные средние для каждой из четырех партий:

$\bar{x}_1 = 184/10 = 18{,}4;\quad \bar{x}_2 = 141/10 = 14/1;\quad \bar{x}_3 = 107/10 = 10{,}7;\quad \bar{x}_4 = 101/10 = 10{,}1.$

Выборочные дисперсии для каждой из четырех партий

$$s_1^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{1j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{1j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{264}{10\cdot 9} = 2{,}9333;\quad s_2^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{2j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{2j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{689}{10\cdot 9} = 7{,}6556;$$

$$s_3^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{3j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{3j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{381}{10\cdot 9} = 4{,}2333;\quad s_4^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{4j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{4j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{609}{10\cdot 9} = 6{,}7667.$$

Объединенное выборочное стандартное отклонение:

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(2{,}9333 + 7{,}6556 + 4{,}2333 + 6{,}7667)} = 2{,}3232.$$

Число степеней свободы объединенного выборочного стандартного отклонения:

$f = m(n - 1) = nm - m = 36.$

5.5 Пример 3. Односторонние толерантные интервалы для отдельных совокупностей. Общая дисперсия неизвестна

Необходимо определить нижние границы односторонних толерантных интервалов для четырех поставщиков, т. е. границы интервала, накрывающего долю совокупности не менее p, с уровнем доверия 1 – α для каждого поставщика. Здесь нельзя получить ответ с помощью таблиц С.1—С.4 приложения С, но границы интервалов определяют так же, как в примере 1, а именно в виде разности оценки среднего и произведения коэффициента k и оценки стандартного отклонения

$$x_{Li} = \bar{x}_i - \mathrm{k}(n_i; f; p; 1-\alpha) \cdot s_p,$$

где константа k(n_i; f; p; 1 – α) зависит от объема i-й выборки и числа степеней свободы объединенного выборочного стандартного отклонения. Выражения для коэффициентов приведены в А.5, А.14 приложения А;

$$\mathrm{k}(n_i; f; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n_i}} t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n_i}u_p; f\right),$$

где $t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n_i}u_p; f\right)$ — квантиль уровня 1 – α нецентрального t-распределения с параметром нецентральности $\sqrt{n_i}u_p$ и f-степенями свободы. Работать с нецентральным t-распределением и определять его квантили позволяет программное обеспечение по статистической обработке данных. Пусть p = 0,95 и (1 – α) = 0,95. В данном случае n_i = 10 и $f = m(n-1) = nm - m$ = 36, таким образом

$$\mathrm{k}(10; 36; 0{,}95) = \frac{1}{\sqrt{10}} t_{0{,}95}(\sqrt{10} \cdot 1{,}6449; 36) = 2{,}3471,$$

где 1,6449 — квантиль стандартного нормального распределения уровня 0,95 $u_{0,95}$.

Значения, приведенные в таблицах С.1—С.4 приложения С, соответствуют специальному случаю, когда число степеней свободы на единицу меньше объема выборки, т. е. равно числу степеней свободы выборочного стандартного отклонения, определенного по единственной выборке объема n, следовательно, число степеней свободы оценки дисперсии равно n – 1.

$$\mathrm{k}_C(n; p; 1-\alpha) = k(n; n-1; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p; n-1).$$

Таким образом для всех четырех партий определены нижние границы односторонних толерантных интервалов.

1-я партия: $x_{L1} = \bar{x}_1 - \mathrm{k}(n_1; v; p;\ 1-\alpha) \cdot s_p = 18{,}40 - 2{,}3471 \cdot 2{,}3232 = 12{,}94.$

2-я партия: $x_{L2} = \bar{x}_2 - \mathrm{k}(n_2; v; p;\ 1-\alpha) \cdot s_p = 14{,}10 - 2{,}3471 \cdot 2{,}3232 = 8{,}64.$

3-я партия: $x_{L3} = \bar{x}_3 - \mathrm{k}(n; v; p;\ 1-\alpha) \cdot s_p = 10{,}70 - 2{,}3471 \cdot 2{,}3232 = 4{,}66.$

4-я партия: $x_{L4} = \bar{x}_4 - \mathrm{k}(n; v; p;\ 1-\alpha) \cdot s_p = 10{,}10 - 2{,}3471 \cdot 2{,}3232 = 4{,}06.$

Если стоит задача определения верхней толерантной границы, то для этого используют те же величины, меняя лишь знак «минус» на знак «плюс» перед 2-м членом правой части равенства.

5.6 Пример 4. Двусторонние толерантные интервалы для отдельных совокупностей. Общая дисперсия неизвестна

Случай 1. Вычисление для всех партий m = 4

В соответствии с данными, приведенными в таблице D.5 приложения D для n = 10, m = 4, $f = m(n-1) = 4(10-1) = 36$, p = 0,95 и 1 – α = 0,95, значение коэффициента k для двустороннего толерантного интервала при неизвестной общей дисперсии σ^2 составляет

$\mathrm{k}_D(n; m; p; 1-\alpha) = 2{,}5964.$

Следовательно, двусторонние толерантные интервалы для каждой партии вычисляют следующим образом:

1-я партия:

$$x_{L1} = \overline{x}_1 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 18{,}40 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 12{,}36;$$

$$x_{U1} = \overline{x}_1 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 18{,}40 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 24{,}44;$$

2-я партия:

$$x_{L2} = \overline{x}_2 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 14{,}10 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 8{,}06;$$

$$x_{U2} = \overline{x}_2 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 14{,}10 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 20{,}14;$$

3-я партия:

$$x_{L3} = \overline{x}_3 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 10{,}70 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 4{,}66;$$

$$x_{U3} = \overline{x}_3 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 11{,}70 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 16{,}74;$$

4-я партия:

$$x_{L4} = \overline{x}_4 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 10{,}10 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 4{,}06;$$

$$x_{U4} = \overline{x}_4 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_p = 11{,}10 - 2{,}5964 \cdot 2{,}3232 = 16{,}14.$$

Примечание — Для сохранения установленного уровня доверия значения нижних границ округлены вниз, а значения верхних границ — вверх (с точностью до 2-го знака после запятой).

Случай 2. Вычисления для каждой партии $m = 1$

Вычисление толерантных границ можно проводить для каждой отдельной партии в соответствии с таблицей D.4 приложения D для $n = 10$, $m = 1$, $f = m(n - 1) = 4(10-1) = 9$, $p = 0{,}95$ и $(1 - \alpha) = 0{,}95$ и неизвестного σ^2, значение коэффициента k для двустороннего толерантного интервала равно

$$\mathrm{k_D}(10; 1; 0{,}95; 0{,}95) = 3{,}3935.$$

Выборочные стандартные отклонения для четырех партий имеет вид:

$$s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{2{,}9333} = 1{,}7127; \quad s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{7{,}6556} = 2{,}7669;$$

$$s_3 = \sqrt{s_3^2} = \sqrt{4{,}2333} = 2{,}0575; \quad s_4 = \sqrt{s_4^2} = \sqrt{6{,}7667} = 2{,}6013.$$

Следовательно, двусторонние толерантные границы имеют следующий вид:

1-я партия:

$$x_{L1} = \overline{x}_1 - \mathrm{k_D}(n; m; 0{,}95; 0{,}95) \cdot s_1 = \overline{x}_1 - \mathrm{k_D}(10; 1; 0{,}95; 0{,}95) \cdot s_1$$
$$= 18{,}40 - 3{,}3935 \cdot 1{,}7127 = 12{,}58;$$

$$x_{U1} = \overline{x}_1 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_1 = \overline{x}_1 + \mathrm{k_D}(10; 1; 0{,}95; 0{,}95) \cdot s_1$$
$$= 18{,}40 + 3{,}3935 \cdot 1{,}7127 = 24{,}22.$$

2-я партия:

$$x_{L2} = \overline{x}_2 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_2 = \overline{x}_2 - \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha) \cdot s_2$$
$$= 14{,}10 - 3{,}3935 \cdot 2{,}7669 = 4{,}70;$$

$$x_{U2} = \overline{x}_2 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_2 = \overline{x}_2 + \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha) \cdot s_2$$
$$= 14{,}10 + 3{,}3935 \cdot 2{,}7669 = 23{,}50.$$

3-я партия:

$$x_{L3} = \overline{x}_3 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_3 = \overline{x}_3 - \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha) \cdot s_3$$
$$= 10{,}70 - 3{,}394 \cdot 2{,}0575 = 3{,}71;$$

$$x_{U3} = \overline{x}_3 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha) \cdot s_3 = \overline{x}_3 + \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha) \cdot s_3$$
$$= 10{,}70 + 3{,}3935 \cdot 2{,}0575 = 17{,}69.$$

4-я партия:

$$x_{L4} = \bar{x}_4 - \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha)\cdot s_4 = \bar{x}_4 - \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha)\cdot s_4$$
$$= 10{,}10 - 3{,}3935\cdot 2{,}6013 = 1{,}27;$$

$$x_{U4} = \bar{x}_4 + \mathrm{k_D}(n; m; p; 1-\alpha)\cdot s_4 = \bar{x}_4 + \mathrm{k_D}(10; 1; p; 1-\alpha)\cdot s_4$$
$$= 10{,}10 + 3{,}3935\cdot 2{,}6013 = 18{,}93.$$

Сравнение результатов двух случаев показывает, что толерантные интервалы для 2, 3 и 4-й партий значительно уже в 1-м случае в отличие от 2-го. Но толерантный интервал для 1-й партии только немного шире во 2-м случае. Объяснение состоит в том, что коэффициент $\mathrm{k_D}$ в 1-м случае меньше, чем во втором, так как число степеней свободы больше в 1-м случае. Оценка стандартного отклонения для 1-й партии имеет наименьшее значение, что компенсирует увеличение коэффициента $\mathrm{k_D}$.

Приведенные результаты позволяют сделать заключение о том, что в том случае, когда несколько нормальных совокупностей имеют одинаковую дисперсию, толерантные интервалы, определяемые с использованием данных для нескольких совокупностей, являются более узкими, чем толерантные интервалы, определяемые по данным каждой отдельной выборки. Это следует из того факта, что оценки дисперсии, вычисленные по нескольким выборкам, лучше оценок, полученных по одной выборке, за счет большего объема наблюдений.

5.7 Пример 5. Произвольное распределение неизвестного вида

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка независимых случайных наблюдений из некоторой совокупности (непрерывной, дискретной или смешанной), и пусть $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(n)}$ — соответствующие порядковые статистики.

Можно определить объем выборки, необходимый для того, чтобы интервал от v-го наименьшего наблюдения (порядковой статистики $x_{(v)}$) до w-го наибольшего наблюдения (порядковой статистики $x_{(n-w+1)}$) накрывал долю совокупности не менее p с доверительной вероятностью не менее $1-\alpha$.

1) Определение необходимого объема выборки n для уровня доверия 95 %, доли совокупности 99 %, $v = 1$ и $w = 1$.

На основе приведенных данных $(v + w) = 2$, $p = 0{,}99$ и $(1 - \alpha) = 0{,}95$. Значение минимального объема выборки в соответствии с таблицей Е.1 приложения Е составляет 473 (фактический уровень доверия составляет 95,020 %). Ниже приведено несколько примеров.

2) Определение необходимого объема выборки n для уровня доверия 95 %, доли совокупности 95 %, $v = 1$ и $w = 0$. Таким образом $(v + w) = 1$, $p = 0{,}95$ и $(1 - \alpha) = 0{,}95$. Значение минимального объема выборки в соответствии с таблицей Е.1 приложения Е составляет 59 (фактический уровень доверия составляет 95,151 %).

3) Определение необходимого объема выборки n для уровня доверия 95 %, доли совокупности 99 % и наличия в выборке не более одной несоответствующей единицы продукции.

На основе приведенных данных и в соответствии с приложением G, $(v + w) = 2(v + w - 1) = 1$, так как максимально возможное число несоответствующих единиц продукции равно единице, $p = 0{,}99$ и $(1 - \alpha) = 0{,}95$. Значение минимального объема выборки в соответствии с таблицей Е.1 приложения Е составляет 473 (фактический уровень доверия составляет 95,020 %). Полученный результат совпадает с результатом в 1-м случае).

4) Предположение, что распределение случайной величины X имеет длинные хвосты (т. е. появление в выборке экстремальных положительных и отрицательных значений возможно), тогда для обеспечения приемлемой длины толерантного интервала необходимы дополнительные действия. Экспериментатор принимает решение об исключении из обработки верхних и нижних порядковых статистик и строит толерантный интервал, границами которого являются 5-я наименьшая $v = 5$ и 5-я наибольшая $w = 5$ порядковые статистики. Необходимо определить такой объем выборки n, чтобы этот интервал накрывал не менее 99 % совокупности с уровнем доверия не менее 90 %.

На основе приведенных данных и в соответствии с приложением G, $(v + w) = 10$, $p = 0{,}99$ и $(1 - \alpha) = 0{,}90$. В соответствии с таблицей Е.1 приложения Е значение минимального объема выборки составляет 1418 (фактический уровень доверия составляет 90,000 %), а соответствующие порядковые статистики — $x_{(5)}$ и $x_{(1414)}$.

Приложение А
(справочное)

Точные значения коэффициентов k для определения толерантных интервалов в случае нормального распределения

В данном приложении приведены точные формулы коэффициентов k, используемых при вычислении границ толерантных интервалов в случае единственной выборки из нормального распределения. Ниже предполагается, что объем выборки из $N(\sigma, \mu)$ равен n. Пусть $\bar{x}$ и s — выборочные среднее и стандартное отклонение соответственно. Предположим, что оценки $\bar{x}$ и s получены по одной и той же выборке и в этом случае случайная величина $(n-1)s^2/\sigma^2$ подчиняется χ^2-распределению с $n-1$ степенями свободы. Но может быть получена независимая оценка стандартного отклонения с f-степенями свободы, где обычно f более $n-1$. Например, такое может быть в том случае, когда для определения оценки стандартного отклонения использовано несколько независимых выборок из совокупности с одинаковым стандартным отклонением. Для данной ситуации точные формулы можно легко изменить.

Таблица А.1

Тип интервала	Среднее	Стандартное отклонение	Обозначение коэффициента
Односторонний	Известно	Неизвестно	$k_1(n;\ p;\ 1-\alpha)$
Двусторонний	Известно	Неизвестно	$k_2(n;\ p;\ 1-\alpha)$
Односторонний	Неизвестно	Известно	$k_3(n;\ p;\ 1-\alpha)$
Двусторонний	Неизвестно	Известно	$k_4(n;\ p;\ 1-\alpha)$
Односторонний	Неизвестно	Неизвестно	$k_C(n;\ p;\ 1-\alpha)$

А.1 Односторонний толерантный интервал. Среднее известно, стандартное отклонение неизвестно

Интервал $(-\infty,\ \mu + u_p\sigma]$ накрывает долю совокупности p, и если

$\mu + ks > \mu + u_p\sigma$,

то интервал $(-\infty,\ \mu + ks]$ накрывает долю совокупности, превосходящую p. Коэффициент k определяют так, чтобы это происходило с вероятностью $1-\alpha$, т. е.

$$P(\mu + ks > \mu + u_p\sigma) = P\left(\frac{s}{\sigma} > \frac{u_p}{k}\right) = 1-\alpha. \tag{А.1}$$

Распределение s^2/σ^2 представляет собой распределение случайной величины $\chi^2/(n-1)$ с $n-1$ степенью свободы, поэтому в соответствии с (А.1)

$$\frac{u_p}{k} = \sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}};$$

таким образом

$$k = u_p\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2_\alpha(n-1)}}. \tag{А.2}$$

Здесь $\chi^2_\alpha(n-1)$ представляет собой квантиль уровня α χ^2-распределения с $n-1$ степенью свободы, таким образом это значение, которое случайная величина $s^2(n-1)/\sigma^2$ превышает с вероятностью $1-\alpha$.

Величина k в формуле (А.2) представляет собой коэффициент $k_1(n;\ p;\ 1-\alpha)$.

А.2 Двусторонний толерантный интервал. Среднее известно, стандартное отклонение неизвестно

Интервал $[\mu + u_{\frac{1-p}{2}}\sigma,\ \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma]$ накрывает долю совокупности p, и если

$$\mu + ks > \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma,$$

то интервал [$\mu - ks$, $\mu + ks$] накрывает долю совокупности, превосходящую p. Коэффициент k определяют так, чтобы это происходило с вероятностью $1 - \alpha$, т. е.

$$P\left(\mu + ks > \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma\right) = P\left(\frac{s}{\sigma} > \frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}}\right) = 1 - \alpha. \qquad (A.3)$$

Распределение s^2/σ^2 представляет собой распределение случайной величины $\chi^2/(n-1)$ с $n - 1$ степенью свободы, поэтому в соответствии с (А.3)

$$\frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}} = \sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}};$$

таким образом

$$k = u_{\frac{1+p}{2}}\frac{\sqrt{n-1}}{\chi^2_\alpha(n-1)}. \qquad (A.4)$$

Здесь $\chi^2_\alpha(n-1)$ представляет собой квантиль уровня α χ^2-распределения с $n - 1$ степенью свободы, таким образом это значение, которое случайная величина $s^2(n-1)/\sigma^2$ превышает с вероятностью $1 - \alpha$.

Величина k в формуле (А.2) представляет собой коэффициент k_2 (n; p; $1 - \alpha$).

А.3 Односторонний толерантный интервал. Среднее неизвестно, стандартное отклонение известно

Находят такое значение k, что доля совокупности p как минимум не превосходит значения ($\bar{x} + k\sigma$). Следует иметь в виду, что ($\mu + u_p\sigma$) представляет собой толерантную границу в том смысле, что доля совокупности левее этой границы точно равна p. Таким образом, если

$$\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma,$$

то доля элементов совокупности, не превосходящих $\bar{x} + k\sigma$, составляет не менее p. Вероятность того, что доля таких элементов совокупности составляет не менее p, равна $1 - \alpha$, если

$$P(\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = 1 - \alpha. \qquad (A.5)$$

Левая часть формулы (А.5) может быть записана иначе

$$P(\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = P\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma} \geq \sqrt{n u_p} - \sqrt{n}k\right) = 1 - \alpha. \qquad (A.6)$$

Случайная величина $\frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma}$ в формуле (А.6) подчиняется стандартному нормальному распределению, поэтому в соответствии с формулой (А.6)

$$\sqrt{n u_p} - \sqrt{n}k = u_\alpha,$$

откуда можно выразить k как

$$k = \frac{1}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha} + u_p. \qquad (A.7)$$

Величина k в формуле (А.7) представляет собой коэффициент k_3 (n; p; $1 - \alpha$).

Приведенные выводы выполнены для верхней толерантной границы, аналогично может быть получено выражение для нижней толерантной границы одностороннего толерантного интервала и $x_L = \bar{x} - k_3(n;\ p;\ 1 - \alpha)s$.

А.4 Двусторонний толерантный интервал. Среднее неизвестно, стандартное отклонение известно

Точное значение k является решением уравнения

$$P\left(\mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - k\sigma \leq X \leq \mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + k\sigma\right) = p, \qquad (A.8)$$

где X подчиняется распределению $N(\mu, \sigma)$. Из данного равенства может быть получена точная формула для k с помощью квантиля нецентрального χ^2-распределения с одной степенью свободы.

Вероятность того, что выборочное среднее $\bar{x}$ попадает в интервал $\mu \pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ равна 1 – α.

Таким образом, доля интервалов с границами ($\bar{x}$ ± kσ) доля совокупности внутри интервала $\mu \pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ составляет 1 – α.

Определим значение k, удовлетворяющее уравнению (А.8). Из распределения $N(\mu, \sigma^2)$ следует, что все интервалы с границами ($\bar{x}$ ± kσ) накрывают долю совокупности не менее p тогда и только тогда, когда $\bar{x}$ попадает в интервал с границами $\mu \pm u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, но вероятность этого события составляет 1 – α.

Обозначим $b = u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}$, U — случайная величина из распределения $N(\mu, \sigma^2)$, тогда уравнение (А.8) можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned}
&P\left(\mu + u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - \mathrm{k}\sigma \le X \le \mu + u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} + \mathrm{k}\sigma\right) = \\
&P\left(-\mathrm{k}\sigma \le X \le \mu - u_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mathrm{k}\sigma\right) = \\
&P\left(-\mathrm{k} \le \frac{X-\mu}{\sigma} - u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}} \le \mathrm{k}\right) = \\
&P([U-b]^2 \le \mathrm{k}^2) = p.
\end{aligned} \tag{А.9}$$

Случайная величина $[U - b]^2$ подчиняется нецентральному χ^2-распределению с одной степенью свободы и параметром нецентральности $b^2 = (u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}})^2$. Из последнего равенства (А.9) следует

$$\mathrm{k}^2 = \chi_p^2\left(1,\left(u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right);$$

$$\mathrm{k} = \sqrt{\chi_p^2\left(1,\left(u_{1-\alpha/2}\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)}, \tag{А.10}$$

где $\chi_p^2(1,(b)^2)$ — квантиль уровня p нецентрального χ^2-распределения с одной степенью свободы и параметром нецентральности b^2.

Величина k в формуле (А.10) представляет собой коэффициент k_4 (n; p; 1 – α).

А.5 Односторонний толерантный интервал. Среднее неизвестно, стандартное отклонение известно

Необходимо найти такое значение k, что доля элементов совокупности, не превышающих $\bar{x}$ + ks, составляет не менее p. Следует иметь ввиду, что $\mu + u_p\sigma$ представляет собой толерантную границу совокупности в том смысле, что ниже этой границы лежит точно доля совокупности p. Если

$$\bar{x} + \mathrm{k}s \ge \mu + u_p\sigma,$$

то доля совокупности левее $\bar{x}$ + ks составляет не менее p.

Таким образом, вероятность того, что доля совокупности левее $\bar{x}$ + ks составляет не менее p, равна 1 – α, если

$$P(\bar{x} + \mathrm{k}s \ge \mu + u_p\sigma) = 1 - \alpha. \tag{А.11}$$

Данная вероятность может быть записана как:

$$\begin{aligned}
&P(\bar{x} + \mathrm{k}s \ge \mu + u_p\sigma) = P(\bar{x} - \mu - u_p\sigma \ge -\mathrm{k}s) = \\
&P(\sqrt{n}(\bar{x}-\mu) - \sqrt{n}u_p\sigma \ge -\sqrt{n}\mathrm{k}s = P\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma} - \sqrt{n}u_p \ge -\sqrt{n}\mathrm{k}\frac{s}{\sigma}\right) = \\
&P\left(\frac{-\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma} + \sqrt{n}u_p}{\frac{s}{\sigma}} \le \sqrt{n}\mathrm{k}\right) = 1 - \alpha.
\end{aligned} \tag{А.12}$$

Здесь случайная величина

$$\frac{-\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{\sigma}+\sqrt{n}u_p}{\frac{s}{\sigma}}$$

подчиняется нецентральному t-распределению с $n-1$ степенью свободы и параметром нецентральности $\sqrt{n}u_p$. Из равенства (А.12) следует, что $\sqrt{n}\mathrm{k}=t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, n-1)$ и точная формула для k имеет вид

$$\mathrm{k}=\frac{1}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, n-1). \tag{А.13}$$

Величина k в формуле (А.13) представляет собой коэффициент $\mathrm{k_C}(n;\ p;\ 1-\alpha)$. Значения коэффициента $\mathrm{k_C}(n;\ p;\ 1-\alpha)$ приведены для α = 0,90; 0,95; 0,99; 0,999 и p = 0,90 и 0,99. Табличные значения имеют точность до указанного десятичного знака.

В том случае, когда используемая для вычислений оценка дисперсии s^2 имеет χ^2-распределение с f-степенями свободы, т. е. оценка дисперсии получена по нескольким независимым выборкам с общей дисперсией, коэффициент k находят следующим образом:

$$\mathrm{k}(n;\ f;\ p;\ 1-\alpha)=\frac{1}{\sqrt{n}}t_{1-\alpha}(\sqrt{n}u_p, f). \tag{А.14}$$

Приложение В
(справочное)

Формы для определения статистических толерантных интервалов

Форма *А*. Односторонний статистический толерантный интервал (дисперсия неизвестна)

Определение одностороннего статистического толерантного интервала, накрывающего долю совокупности p с уровнем доверия $1 - \alpha$: a) левосторонний односторонний интервал; b) правосторонний односторонний интервал. Известные величины: c) заданная доля совокупности, которую накрывает интервал — $p = \ldots$; d) заданный уровень доверия — $1 - \alpha$; e) объем выборки $n = \ldots$ Табулированный коэффициент — $k_C(n;\ p;\ 1 - \alpha) =$ Данное значение определяют по таблицам С.1—С.4 приложения С для заданных значений n, p и $1 - \alpha$.
Вычисления: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j =$; $s = \sqrt{\dfrac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = .$ $k_C(n;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s =$
Результаты f) левосторонний односторонний интервал. Односторонний статистический толерантный интервал, накрывающий долю совокупности p с уровнем доверия $1 - \alpha$, имеет верхнюю границу $x_U = \bar{x} + k_C(n;\ p;\ 1 - \alpha)\cdot s =$; g) правосторонний односторонний интервал. Односторонний статистический толерантный интервал, накрывающий долю совокупности p с уровнем доверия $1 - \alpha$, имеет нижнюю границу $x_L = \bar{x} - k_C(n;\ p;\ 1 - \alpha)\cdot s =$.

Форма *В*. Двусторонний статистический толерантный интервал (дисперсия неизвестна)

Определение двустороннего статистического толерантного интервала, накрывающего долю совокупности p с уровнем доверия $1 - \alpha$ Известные величины: h) заданная доля совокупности, которую накрывает интервал, — $p = \ldots$; i) заданный уровень доверия — $1 - \alpha$; j) объем выборки $n = \ldots$ Табулированный коэффициент — $k_D(n;\ p;\ 1 - \alpha) = \ldots$ Данное значение определяют по таблицам D.1—D.12 приложения D для заданных значений n, p и $1 - \alpha$.
Вычисления: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j =$ $s = \sqrt{\dfrac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} =$ $k_D(n;\ 1;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s = .$

Результаты Двусторонний статистический толерантный интервал, накрывающий долю совокупности *p* с уровнем доверия 1 – α, имеет границы: $x_L = \bar{x} - k_D(n;\ 1;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s =$; $x_U = \bar{x} + k_D(n;\ 1;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s =$.

Форма *C*. Двусторонний статистический толерантный интервал (общая дисперсия неизвестна)

Определение двустороннего статистического толерантного интервала, накрывающего долю совокупности *p* с уровнем доверия 1 – α k) заданная доля совокупности, которую накрывает интервал, — *p* =…; l) заданный уровень доверия — 1 – α; q) объем выборки *n* = r) количество выборок *m* = Табулированный коэффициент — $k_D(n;\ m;\ p;\ 1-\alpha)$ = . Данное значение определяют по таблицам D.1—D.12 приложения D для заданных значений *n, m, p* и 1 – α.
Вычисления: $\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} =$ $s_p = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}s_i^2} =$ $k_D(n;\ m;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s_p =$.
Результаты Двусторонний статистический толерантный интервал, накрывающий долю совокупности *p* с уровнем доверия 1 – α, имеет границы $x_{L,i} = \bar{x}_i - k_D(n;\ m;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s_P =$; $x_{U,i} = \bar{x}_i + k_D(n;\ m;\ p;\ 1-\alpha)\cdot s_P =$; $(i = 1, 2, \ldots, m;\ m \geq 2)$.

Форма *D*. Статистический толерантный интервал для произвольного распределения

Определение одностороннего или двустороннего статистического толерантного интервала, накрывающего долю совокупности *p* с уровнем доверия 1 – α: a) односторонний интервал с верхней границей $[-\infty,\ x(n-w+1)]$; b) односторонний интервал с нижней границей $[x_{(v)},\ +\infty)$; c) двусторонний интервал $[x_{(v)},\ x(n-w+1)]$. Заданные значения: d) заданная доля совокупности, которую накрывает интервал, — *p* = ________; e) заданный уровень доверия — 1 – α = ________; f) *v* — е — наименьшее значение *x*: *v* = ________; g) *w* — е — наибольшее значение *x*: *w* = ________. П р и м е ч а н и е — Для одностороннего интервала с верхней границей значение *v* задают равным нулю, а для одностороннего интервала с нижней границей значение *w* задают равным нулю. Табулированное значение: объем выборки *n* для заданных значений *p*, 1 – α и *v* + *w*. Значения *n* могут быть определены по таблицам E.1, E.2 приложения E для заданных значений *p*, 1 – α и *v* + *w*.
Результаты ____сторонний статистический толерантный интервал, накрывающий долю совокупности *p* = ____ с уровнем доверия 1 – α = ____, имеет: - нижнюю границу $x_{(v)}$ = x(_______) = ___________; - верхнюю границу $x_{(n-w+1)}$ = x(_______) = ___________.

Приложение С
(обязательное)

Значения коэффициента $k_C(n;\ p;\ 1-\alpha)$ для определения границ одностороннего толерантного интервала, σ неизвестно

Таблица С.1 — Уровень доверия 90,0 %

1 – α = 0,90			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
150	1,4329	1,8182	2,5459
200	1,4113	1,7934	2,5141
250	1,3969	1,7767	2,4930
300	1,3863	1,7646	2,4775
400	1,3717	1,7478	2,4562
500	1,3618	1,7365	2,4418
1 000	1,3377	1,7089	2,4069
2 000	1,3210	1,6897	2,3828
5 000	1,3063	1,6731	2,3618
10 000	1,2990	1,6647	2,3513
20 000	1,2939	1,6589	2,3440
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Таблица С.2 — Уровень доверия 95,0 %

1 – α = 0,95			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
2	20,5815	26,2597	37,0936
3	6,1553	7,6560	10,5528
4	4,1620	5,1439	7,0424
5	3,4067	4,2027	5,7411
6	3,0063	3,7077	5,0620
7	2,7555	3,3995	4,6418
8	2,5820	3,1873	4,3539
9	2,4538	3,0313	4,1431
10	2,3547	2,9110	3,9812
11	2,2754	2,8150	3,8524
12	2,2102	2,7364	3,7471
13	2,1555	2,6706	3,6592

Окончание таблицы С.2

$1 - \alpha = 0{,}95$			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
14	2,1088	2,6145	3,5846
15	2,0684	2,5661	3,5202
16	2,0330	2,5237	3,4640
17	2,0018	2,4863	3,4145
18	1,9738	2,4530	3,3704
19	1,9487	2,4231	3,3309
20	1,9260	2,3961	3,2952
22	1,8865	2,3490	3,2332
24	1,8530	2,3093	3,1811
26	1,8243	2,2754	3,1365
28	1,7993	2,2458	3,0979
30	1,7774	2,2199	3,0640
35	1,7323	2,1668	2,9946
40	1,6972	2,1255	2,9410
45	1,6690	2,0924	2,8980
50	1,6456	2,0650	2,8625
60	1,6090	2,0222	2,8071
70	1,5813	1,9899	2,7654
80	1,5594	1,9645	2,7327
90	1,5416	1,9438	2,7061
100	1,5268	1,9266	2,6840
150	1,4778	1,8699	2,6114
200	1,4496	1,8373	2,5698
250	1,4307	1,8155	2,5421
300	1,4170	1,7997	2,5219
400	1,3979	1,7778	2,4941
500	1,3851	1,7631	2,4755
1 000	1,3539	1,7273	2,4302
2 000	1,3323	1,7026	2,3990
5 000	1,3134	1,6811	2,3719
10 000	1,3040	1,6704	2,3584
20 000	1,2974	1,6629	2,3490
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Т а б л и ц а С.3 — Уровень доверия 99,0 %

$1 - \alpha = 0{,}99$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	103,0287	131,4263	185,6170
3	13,9955	17,3702	23,8956
4	7,3799	9,0835	12,3873
5	5,3618	6,5784	8,9391
6	4,4111	5,4056	7,3346
7	3,8592	4,7279	6,4120
8	3,4973	4,2853	5,8118
9	3,2405	3,9723	5,3889
10	3,0480	3,7384	5,0738
11	2,8977	3,5562	4,8291
12	2,7768	3,4100	4,6331
13	2,6770	3,2896	4,4721
14	2,5932	3,1886	4,3372
15	2,5215	3,1024	4,2224
16	2,4595	3,0279	4,1233
17	2,4051	2,9628	4,0367
18	2,3571	2,9052	3,9604
19	2,3142	2,8539	3,8925
20	2,2757	2,8079	3,8316
22	2,2092	2,7286	3,7268
24	2,1536	2,6624	3,6396
26	2,1063	2,6062	3,5656
28	2,0655	2,5578	3,5020
30	2,0299	2,5155	3,4466
35	1,9575	2,4299	3,3344
40	1,9018	2,3642	3,2486
45	1,8573	2,3118	3,1804
50	1,8208	2,2689	3,1247
60	1,7641	2,2024	3,0383
70	1,7216	2,1527	2,9740
80	1,6883	2,1138	2,9238
90	1,6614	2,0824	2,8832
100	1,6390	2,0563	2,8497

Окончание таблицы С.3

$1 - \alpha = 0{,}99$			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
150	1,5658	1,9713	2,7405
200	1,5241	1,9230	2,6787
250	1,4963	1,8909	2,6377
300	1,4762	1,8676	2,6081
400	1,4484	1,8357	2,5674
500	1,4298	1,8143	2,5402
1 000	1,3847	1,7625	2,4746
2 000	1,3537	1,7270	2,4298
5 000	1,3267	1,6963	2,3910
10 000	1,3134	1,6810	2,3718
20 000	1,3040	1,6704	2,3584
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Таблица С.4 — Уровень доверия 99,9 %

$1 - \alpha = 0{,}999$			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
2	1030,3362	1314,3157	1856,2311
3	44,4199	55,1055	75,7741
4	16,1217	19,8127	26,9791
5	9,7816	11,9695	16,2230
6	7,2465	8,8486	11,9645
7	5,9206	7,2223	9,7538
8	5,1127	6,2344	8,4151
9	4,5700	5,5725	7,5206
10	4,1801	5,0981	6,8810
11	3,8860	4,7410	6,4006
12	3,6558	4,4621	6,0261
13	3,4705	4,2378	5,7255
14	3,3177	4,0532	5,4786
15	3,1894	3,8984	5,2718
16	3,0800	3,7666	5,0960
17	2,9854	3,6528	4,9444
18	2,9027	3,5535	4,8122

Окончание таблицы С.4

$1 - \alpha = 0{,}999$			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
19	2,8298	3,4659	4,6958
20	2,7649	3,3881	4,5925
22	2,6542	3,2555	4,4167
24	2,5630	3,1465	4,2725
26	2,4864	3,0551	4,1518
28	2,4210	2,9772	4,0490
30	2,3644	2,9098	3,9602
35	2,2509	2,7750	3,7829
40	2,1650	2,6732	3,6494
45	2,0973	2,5931	3,5447
50	2,0422	2,5281	3,4598
60	1,9576	2,4283	3,3299
70	1,8950	2,3548	3,2343
80	1,8464	2,2978	3,1604
90	1,8073	2,2520	3,1012
100	1,7750	2,2143	3,0524
150	1,6707	2,0927	2,8957
200	1,6120	2,0245	2,8082
250	1,5732	1,9796	2,7507
300	1,5453	1,9473	2,7094
400	1,5070	1,9031	2,6530
500	1,4814	1,8736	2,6155
1 000	1,4199	1,8029	2,5257
2 000	1,3780	1,7549	2,4649
5 000	1,3418	1,7135	2,4127
10 000	1,3239	1,6931	2,3870
20 000	1,3114	1,6788	2,3690
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Приложение D
(обязательное)

Значения коэффициента $k_D(n; m; p; 1 - \alpha)$ для определения границ двустороннего толерантного интервала, σ неизвестно (*m*-выборок)

Таблица D.1 — Уровень доверия 90,0 %, доля совокупности 90,0 % ($1 - \alpha = 0{,}90$; $p = 0{,}90$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15,5124	6,0755	4,5088	3,8875	3,5544	3,3461	3,2032	3,0989	3,0193	2,9565
3	5,7881	3,6819	3,1564	2,9142	2,7733	2,6805	2,6146	2,5652	2,5268	2,4961
4	4,1571	3,0537	2,7366	2,5822	2,4894	2,4272	2,3823	2,3483	2,3216	2,3001
5	3,4993	2,7522	2,5209	2,4046	2,3336	2,2853	2,2502	2,2234	2,2023	2,1852
6	3,1406	2,5712	2,3863	2,2915	2,2329	2,1927	2,1632	2,1406	2,1227	2,1082
7	2,9128	2,4489	2,2932	2,2121	2,1616	2,1266	2,1009	2,0812	2,0654	2,0526
8	2,7542	2,3600	2,2244	2,1530	2,1081	2,0769	2,0539	2,0361	2,0220	2,0104
9	2,6368	2,2921	2,1712	2,1069	2,0663	2,0380	2,0170	2,0008	1,9878	1,9771
10	2,5460	2,2384	2,1287	2,0700	2,0327	2,0066	1,9872	1,9722	1,9601	1,9502
11	2,4734	2,1946	2,0938	2,0396	2,0050	1,9807	1,9626	1,9485	1,9372	1,9279
12	2,4140	2,1581	2,0646	2,0141	1,9817	1,9589	1,9419	1,9286	1,9180	1,9092
13	2,3643	2,1273	2,0398	1,9923	1,9618	1,9403	1,9242	1,9116	1,9015	1,8931
14	2,3220	2,1008	2,0184	1,9735	1,9446	1,9242	1,9089	1,8969	1,8872	1,8793
15	2,2855	2,0777	1,9998	1,9571	1,9296	1,9101	1,8955	1,8840	1,8748	1,8671
16	2,2537	2,0574	1,9833	1,9426	1,9163	1,8977	1,8837	1,8727	1,8638	1,8564
17	2,2257	2,0394	1,9687	1,9298	1,9045	1,8866	1,8731	1,8626	1,8540	1,8469
18	2,2008	2,0233	1,9556	1,9182	1,8940	1,8767	1,8637	1,8535	1,8452	1,8384
19	2,1785	2,0089	1,9438	1,9078	1,8844	1,8678	1,8552	1,8453	1,8373	1,8307
20	2,1584	1,9958	1,9331	1,8984	1,8758	1,8596	1,8475	1,8379	1,8302	1,8237
22	2,1235	1,9729	1,9144	1,8819	1,8606	1,8455	1,8340	1,8250	1,8176	1,8115
24	2,0943	1,9536	1,8986	1,8679	1,8478	1,8335	1,8226	1,8140	1,8070	1,8013
26	2,0693	1,9371	1,8851	1,8559	1,8368	1,8232	1,8128	1,8046	1,7980	1,7924
28	2,0478	1,9227	1,8733	1,8455	1,8273	1,8142	1,8043	1,7965	1,7901	1,7848
30	2,0289	1,9101	1,8629	1,8363	1,8189	1,8063	1,7968	1,7893	1,7832	1,7780
35	1,9906	1,8843	1,8417	1,8176	1,8017	1,7902	1,7815	1,7747	1,7690	1,7643
40	1,9611	1,8643	1,8252	1,8030	1,7884	1,7778	1,7697	1,7634	1,7581	1,7538
45	1,9376	1,8483	1,8121	1,7914	1,7777	1,7679	1,7603	1,7543	1,7494	1,7454
50	1,9184	1,8352	1,8012	1,7818	1,7690	1,7597	1,7526	1,7469	1,7423	1,7385
60	1,8885	1,8147	1,7844	1,7670	1,7554	1,7470	1,7406	1,7355	1,7313	1,7278

Окончание таблицы D.1

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
70	1,8662	1,7994	1,7718	1,7558	1,7452	1,7375	1,7316	1,7269	1,7231	1,7199
80	1,8489	1,7874	1,7619	1,7471	1,7373	1,7301	1,7247	1,7203	1,7167	1,7137
90	1,8348	1,7778	1,7539	1,7401	1,7309	1,7242	1,7190	1,7149	1,7116	1,7087
100	1,8232	1,7697	1,7473	1,7343	1,7256	1,7193	1,7144	1,7105	1,7073	1,7047
150	1,7856	1,7436	1,7257	1,7154	1,7084	1,7033	1,6994	1,6963	1,6937	1,6915
200	1,7643	1,7287	1,7136	1,7047	1,6987	1,6943	1,6910	1,6883	1,6861	1,6842
250	1,7502	1,7189	1,7055	1,6976	1,6923	1,6884	1,6854	1,6830	1,6811	1,6794
300	1,7401	1,7118	1,6997	1,6925	1,6877	1,6842	1,6815	1,6793	1,6775	1,6760
400	1,7262	1,7021	1,6917	1,6856	1,6814	1,6784	1,6761	1,6742	1,6726	1,6713
500	1,7169	1,6956	1,6864	1,6809	1,6773	1,6746	1,6725	1,6708	1,6694	1,6682
1 000	1,6947	1,6800	1,6736	1,6698	1,6672	1,6653	1,6639	1,6627	1,6617	1,6609
2 000	1,6795	1,6693	1,6649	1,6622	1,6604	1,6591	1,6581	1,6572	1,6565	1,6560
5 000	1,6665	1,6601	1,6574	1,6557	1,6546	1,6537	1,6531	1,6526	1,6521	1,6518
10 000	1,6601	1,6556	1,6536	1,6525	1,6517	1,6511	1,6506	1,6503	1,6500	1,6497
20 000	1,6556	1,6524	1,6511	1,6502	1,6497	1,6493	1,6489	1,6487	1,6485	1,6483
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Таблица D.2 — Уровень доверия 90,0 %, доля совокупности 95,0 % ($1 - \alpha = 0,90$; $p = 0,95$)

n	m									
	1	2	3	4	50	6	7	8	9	10
2	18,2208	7,1197	5,2743	4,5412	4,1473	3,9005	3,7308	3,6067	3,5117	3,4367
3	6,8233	4,3320	3,7087	3,4207	3,2528	3,1420	3,0630	3,0038	2,9575	2,9205
4	4,9127	3,6034	3,2262	3,0419	2,9311	2,8566	2,8027	2,7618	2,7297	2,7037
5	4,1425	3,2544	2,9787	2,8400	2,7551	2,6972	2,6551	2,6229	2,5974	2,5768
6	3,7226	3,0449	2,8245	2,7112	2,6411	2,5930	2,5577	2,5306	2,5091	2,4916
7	3,4558	2,9034	2,7176	2,6208	2,5604	2,5186	2,4878	2,4641	2,4452	2,4298
8	3,2699	2,8004	2,6385	2,5532	2,4996	2,4624	2,4348	2,4136	2,3966	2,3827
9	3,1323	2,7216	2,5773	2,5006	2,4521	2,4182	2,3931	2,3737	2,3581	2,3454
10	3,0258	2,6591	2,5282	2,4582	2,4137	2,3825	2,3593	2,3413	2,3269	2,3150
11	2,9406	2,6082	2,4880	2,4232	2,3819	2,3529	2,3313	2,3145	2,3010	2,2899
12	2,8707	2,5658	2,4542	2,3938	2,3552	2,3280	2,3077	2,2918	2,2791	2,2686
13	2,8123	2,5298	2,4254	2,3687	2,3323	2,3066	2,2874	2,2724	2,2603	2,2503
14	2,7625	2,4988	2,4006	2,3470	2,3125	2,2881	2,2699	2,2556	2,2440	2,2345

Окончание таблицы D.2

n	*m*									
	1	2	3	4	50	6	7	8	9	10
15	2,7196	2,4718	2,3789	2,3280	2,2951	2,2719	2,2545	2,2408	2,2298	2,2206
16	2,6821	2,4481	2,3597	2,3112	2,2798	2,2576	2,2408	2,2277	2,2171	2,2084
17	2,6491	2,4270	2,3427	2,2962	2,2661	2,2448	2,2287	2,2161	2,2059	2,1974
18	2,6197	2,4082	2,3274	2,2828	2,2539	2,2333	2,2178	2,2056	2,1958	2,1876
19	2,5934	2,3912	2,3136	2,2707	2,2428	2,2229	2,2079	2,1962	2,1866	2,1787
20	2,5697	2,3758	2,3011	2,2597	2,2327	2,2135	2,1990	2,1876	2,1783	2,1706
22	2,5285	2,3490	2,2793	2,2404	2,2151	2,1970	2,1833	2,1725	2,1638	2,1565
24	2,4940	2,3263	2,2607	2,2241	2,2001	2,1830	2,1700	2,1598	2,1515	2,1446
26	2,4645	2,3068	2,2448	2,2100	2,1873	2,1710	2,1586	2,1489	2,1409	2,1343
28	2,4390	2,2898	2,2309	2,1978	2,1761	2,1605	2,1487	2,1393	2,1317	2,1254
30	2,4166	2,2749	2,2187	2,1870	2,1662	2,1513	2,1399	2,1309	2,1236	2,1175
35	2,3712	2,2445	2,1937	2,1649	2,1460	2,1324	2,1220	2,1138	2,1071	2,1015
40	2,3363	2,2209	2,1743	2,1478	2,1303	2,1177	2,1081	2,1005	2,0943	2,0891
45	2,3084	2,2020	2,1587	2,1341	2,1178	2,1060	2,0970	2,0899	2,0841	2,0792
50	2,2855	2,1864	2,1459	2,1228	2,1075	2,0964	2,0879	2,0812	2,0757	2,0711
60	2,2500	2,1621	2,1260	2,1052	2,0914	2,0814	2,0737	2,0677	2,0627	2,0585
70	2,2236	2,1440	2,1110	2,0920	2,0794	2,0702	2,0632	2,0576	2,0530	2,0491
80	2,2029	2,1297	2,0993	2,0817	2,0699	2,0614	2,0549	2,0497	2,0454	2,0418
90	2,1862	2,1182	2,0898	2,0733	2,0624	2,0544	2,0482	2,0433	2,0393	2,0360
100	2,1724	2,1087	2,0819	2,0664	2,0561	2,0485	2,0427	2,0381	2,0343	2,0311
150	2,1276	2,0775	2,0563	2,0439	2,0356	2,0296	2,0249	2,0212	2,0181	2,0155
200	2,1022	2,0599	2,0418	2,0312	2,0241	2,0189	2,0149	2,0117	2,0090	2,0068
250	2,0855	2,0482	2,0322	2,0228	2,0165	2,0119	2,0083	2,0055	2,0031	2,0011
300	2,0734	2,0397	2,0253	2,0168	2,0110	2,0068	2,0036	2,0010	1,9988	1,9970
400	2,0569	2,0282	2,0158	2,0085	2,0035	1,9999	1,9971	1,9949	1,9930	1,9915
500	2,0458	2,0204	2,0094	2,0029	1,9986	1,9953	1,9928	1,9908	1,9892	1,9878
1 000	2,0193	2,0018	1,9942	1,9897	1,9866	1,9844	1,9826	1,9812	1,9800	1,9791
2 000	2,0013	1,9891	1,9838	1,9806	1,9785	1,9769	1,9757	1,9747	1,9739	1,9732
5 000	1,9857	1,9782	1,9749	1,9729	1,9715	1,9705	1,9698	1,9691	1,9686	1,9682
10 000	1,9781	1,9728	1,9704	1,9690	1,9681	1,9674	1,9669	1,9664	1,9661	1,9658
20 000	1,9727	1,9690	1,9673	1,9664	1,9657	1,9652	1,9648	1,9645	1,9643	1,9640
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Таблица D.3 — Уровень доверия 90,0 %, доля совокупности 99,0 % ($1 - \alpha = 0,90$; $p = 0,99$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	23,4235	9,1259	6,7452	5,7970	5,2861	4,9651	4,7436	4,5811	4,4565	4,3577
3	8,8187	5,5844	4,7723	4,3955	4,1749	4,0287	3,9242	3,8454	3,7837	3,7341
4	6,3722	4,6643	4,1701	3,9277	3,7814	3,6825	3,6108	3,5562	3,5131	3,4782
5	5,3868	4,2250	3,8628	3,6798	3,5674	3,4906	3,4344	3,3914	3,3573	3,3295
6	4,8498	3,9616	3,6715	3,5220	3,4291	3,3652	3,3182	3,2820	3,2532	3,2297
7	4,5085	3,7836	3,5389	3,4111	3,3311	3,2756	3,2347	3,2030	3,1778	3,1572
8	4,2707	3,6541	3,4408	3,3281	3,2572	3,2078	3,1712	3,1428	3,1202	3,1016
9	4,0945	3,5549	3,3646	3,2633	3,1991	3,1543	3,1210	3,0951	3,0744	3,0574
10	3,9580	3,4761	3,3035	3,2110	3,1521	3,1109	3,0802	3,0563	3,0371	3,0213
11	3,8488	3,4117	3,2533	3,1678	3,1132	3,0748	3,0462	3,0239	3,0059	2,9912
12	3,7591	3,3581	3,2110	3,1313	3,0803	3,0443	3,0174	2,9964	2,9795	2,9656
13	3,6840	3,3125	3,1750	3,1001	3,0520	3,0181	2,9927	2,9728	2,9568	2,9436
14	3,6201	3,2732	3,1438	3,0731	3,0275	2,9953	2,9711	2,9522	2,9370	2,9244
15	3,5649	3,2389	3,1165	3,0493	3,0060	2,9753	2,9522	2,9341	2,9196	2,9075
16	3,5166	3,2087	3,0923	3,0283	2,9869	2,9575	2,9354	2,9181	2,9041	2,8925
17	3,4741	3,1819	3,0708	3,0095	2,9698	2,9416	2,9204	2,9037	2,8902	2,8791
18	3,4362	3,1579	3,0515	2,9926	2,9545	2,9273	2,9069	2,8908	2,8778	2,8670
19	3,4022	3,1362	3,0340	2,9774	2,9406	2,9144	2,8946	2,8791	2,8665	2,8560
20	3,3716	3,1165	3,0181	2,9635	2,9279	2,9026	2,8835	2,8684	2,8562	2,8461
22	3,3183	3,0822	2,9903	2,9391	2,9057	2,8819	2,8639	2,8497	2,8381	2,8286
24	3,2736	3,0530	2,9667	2,9184	2,8869	2,8643	2,8472	2,8337	2,8228	2,8137
26	3,2354	3,0280	2,9464	2,9006	2,8706	2,8491	2,8328	2,8200	2,8095	2,8008
28	3,2023	3,0062	2,9286	2,8850	2,8564	2,8358	2,8203	2,8080	2,7980	2,7896
30	3,1734	2,9870	2,9130	2,8712	2,8438	2,8241	2,8092	2,7974	2,7878	2,7797
35	3,1143	2,9477	2,8808	2,8430	2,8180	2,8001	2,7864	2,7756	2,7668	2,7594
40	3,0688	2,9171	2,8558	2,8210	2,7980	2,7814	2,7687	2,7587	2,7505	2,7437
45	3,0325	2,8926	2,8357	2,8033	2,7818	2,7663	2,7545	2,7451	2,7375	2,7310
50	3,0027	2,8724	2,8191	2,7887	2,7685	2,7539	2,7428	2,7339	2,7267	2,7206
60	2,9564	2,8408	2,7932	2,7659	2,7477	2,7346	2,7245	2,7165	2,7099	2,7045
70	2,9218	2,8171	2,7737	2,7488	2,7321	2,7201	2,7108	2,7035	2,6974	2,6924
80	2,8947	2,7985	2,7585	2,7353	2,7199	2,7087	2,7001	2,6932	2,6876	2,6829
90	2,8729	2,7835	2,7461	2,7245	2,7100	2,6995	2,6914	2,6850	2,6797	2,6753
100	2,8548	2,7710	2,7358	2,7155	2,7018	2,6919	2,6843	2,6782	2,6732	2,6690
150	2,7960	2,7302	2,7023	2,6861	2,6751	2,6672	2,6610	2,6561	2,6521	2,6487

Окончание таблицы D.3

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
200	2,7627	2,7070	2,6833	2,6694	2,6600	2,6532	2,6479	2,6437	2,6402	2,6373
250	2,7407	2,6917	2,6707	2,6584	2,6501	2,6440	2,6393	2,6355	2,6324	2,6298
300	2,7249	2,6806	2,6616	2,6504	2,6429	2,6374	2,6331	2,6297	2,6269	2,6245
400	2,7031	2,6654	2,6491	2,6396	2,6331	2,6283	2,6246	2,6217	2,6193	2,6172
500	2,6886	2,6553	2,6408	2,6323	2,6265	2,6223	2,6190	2,6164	2,6142	2,6124
1 000	2,6538	2,6308	2,6208	2,6148	2,6108	2,6079	2,6056	2,6037	2,6022	2,6009
2 000	2,6301	2,6141	2,6071	2,6030	2,6002	2,5981	2,5965	2,5952	2,5941	2,5932
5 000	2,6097	2,5998	2,5954	2,5928	2,5910	2,5897	2,5887	2,5879	2,5872	2,5866
10 000	2,5996	2,5926	2,5896	2,5877	2,5865	2,5856	2,5849	2,5843	2,5838	2,5834
20 000	2,5926	2,5877	2,5855	2,5842	2,5834	2,5827	2,5822	2,5818	2,5815	2,5812
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Т а б л и ц а D.4 — Уровень доверия 95,0 %, доля совокупности 90,0 % ($1 - \alpha = 0{,}95$; $p = 0{,}90$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	31,0923	8,7252	5,8380	4,7912	4,2571	3,9341	3,7179	3,5630	3,4468	3,3565
3	8,3060	4,5251	3,6939	3,3300	3,1251	2,9934	2,9017	2,8341	2,7824	2,7416
4	5,3681	3,5647	3,0909	2,8693	2,7400	2,6550	2,5949	2,5502	2,5157	2,4883
5	4,2907	3,1276	2,7925	2,6300	2,5332	2,4688	2,4229	2,3885	2,3618	2,3405
6	3,7326	2,8726	2,6100	2,4796	2,4009	2,3480	2,3100	2,2814	2,2592	2,2414
7	3,3896	2,7033	2,4852	2,3750	2,3077	2,2623	2,2294	2,2046	2,1851	2,1696
8	3,1561	2,5818	2,3937	2,2974	2,2381	2,1978	2,1685	2,1463	2,1289	2,1149
9	2,9861	2,4899	2,3234	2,2372	2,1839	2,1474	2,1208	2,1005	2,0846	2,0717
10	2,8564	2,4175	2,2674	2,1891	2,1403	2,1067	2,0822	2,0634	2,0487	2,0367
11	2,7537	2,3589	2,2217	2,1495	2,1044	2,0732	2,0503	2,0328	2,0190	2,0077
12	2,6703	2,3104	2,1835	2,1164	2,0742	2,0450	2,0235	2,0070	1,9939	1,9833
13	2,6011	2,2694	2,1512	2,0883	2,0485	2,0210	2,0006	1,9850	1,9726	1,9625
14	2,5425	2,2343	2,1233	2,0640	2,0264	2,0002	1,9809	1,9659	1,9541	1,9444
15	2,4922	2,2039	2,0991	2,0428	2,0070	1,9821	1,9636	1,9493	1,9379	1,9286
16	2,4486	2,1771	2,0777	2,0241	1,9899	1,9661	1,9483	1,9346	1,9237	1,9147
17	2,4103	2,1535	2,0588	2,0075	1,9748	1,9518	1,9348	1,9215	1,9110	1,9023
18	2,3764	2,1324	2,0418	1,9926	1,9612	1,9391	1,9226	1,9099	1,8996	1,8913
19	2,3461	2,1135	2,0266	1,9793	1,9489	1,9276	1,9117	1,8993	1,8894	1,8813
20	2,3188	2,0963	2,0128	1,9671	1,9378	1,9172	1,9017	1,8898	1,8801	1,8722
22	2,2718	2,0665	1,9887	1,9460	1,9184	1,8990	1,8844	1,8731	1,8640	1,8565

Окончание таблицы D.4

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
24	2,2325	2,0414	1,9683	1,9281	1,9020	1,8836	1,8698	1,8590	1,8503	1,8432
26	2,1991	2,0199	1,9509	1,9127	1,8880	1,8704	1,8573	1,8470	1,8386	1,8318
28	2,1703	2,0012	1,9357	1,8994	1,8758	1,8590	1,8464	1,8365	1,8285	1,8219
30	2,1452	1,9849	1,9225	1,8877	1,8651	1,8490	1,8369	1,8273	1,8197	1,8133
35	2,0943	1,9515	1,8953	1,8638	1,8432	1,8285	1,8174	1,8087	1,8016	1,7957
40	2,0553	1,9258	1,8743	1,8453	1,8263	1,8127	1,8024	1,7943	1,7877	1,7822
45	2,0244	1,9052	1,8575	1,8306	1,8128	1,8001	1,7905	1,7828	1,7767	1,7715
50	1,9991	1,8883	1,8437	1,8184	1,8018	1,7898	1,7807	1,7735	1,7676	1,7627
60	1,9599	1,8621	1,8223	1,7996	1,7846	1,7738	1,7655	1,7590	1,7537	1,7492
70	1,9308	1,8425	1,8062	1,7855	1,7717	1,7618	1,7542	1,7482	1,7433	1,7392
80	1,9082	1,8271	1,7937	1,7745	1,7617	1,7525	1,7455	1,7399	1,7353	1,7314
90	1,8899	1,8147	1,7835	1,7656	1,7537	1,7450	1,7384	1,7331	1,7288	1,7252
100	1,8749	1,8044	1,7752	1,7583	1,7470	1,7388	1,7326	1,7276	1,7235	1,7201
150	1,8260	1,7710	1,7478	1,7344	1,7254	1,7188	1,7137	1,7097	1,7064	1,7036
200	1,7985	1,7521	1,7324	1,7209	1,7132	1,7075	1,7032	1,6997	1,6968	1,6944
250	1,7803	1,7395	1,7221	1,7120	1,7051	1,7001	1,6962	1,6931	1,6906	1,6884
300	1,7673	1,7305	1,7148	1,7055	1,6993	1,6948	1,6912	1,6884	1,6861	1,6842
400	1,7494	1,7181	1,7046	1,6967	1,6914	1,6875	1,6844	1,6820	1,6800	1,6783
500	1,7374	1,7098	1,6979	1,6908	1,6861	1,6826	1,6799	1,6777	1,6760	1,6744
1 000	1,7088	1,6898	1,6816	1,6767	1,6734	1,6709	1,6690	1,6675	1,6663	1,6652
2 000	1,6894	1,6762	1,6705	1,6670	1,6647	1,6630	1,6617	1,6606	1,6598	1,6590
5 000	1,6726	1,6645	1,6609	1,6587	1,6573	1,6562	1,6554	1,6547	1,6542	1,6537
10 000	1,6644	1,6586	1,6561	1,6546	1,6536	1,6528	1,6523	1,6518	1,6514	1,6511
20 000	1,6586	1,6546	1,6528	1,6517	1,6510	1,6505	1,6501	1,6497	1,6495	1,6492
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Таблица D.5 — Уровень доверия 95,0 % , доля совокупности 95,0 % ($1 - \alpha = 0{,}95$; $p = 0{,}95$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	36,5193	10,2199	6,8215	5,5868	4,9552	4,5720	4,3146	4,1298	3,9907	3,8821
3	9,7888	5,3184	4,3321	3,8987	3,6535	3,4952	3,3844	3,3025	3,2395	3,1895
4	6,3411	4,2013	3,6366	3,3713	3,2157	3,1130	3,0401	2,9855	2,9432	2,9095
5	5,0769	3,6939	3,2936	3,0986	2,9820	2,9041	2,8482	2,8062	2,7734	2,7472
6	4,4222	3,3981	3,0841	2,9276	2,8327	2,7687	2,7225	2,6876	2,6603	2,6384
7	4,0196	3,2018	2,9408	2,8085	2,7275	2,6725	2,6326	2,6024	2,5786	2,5595

Продолжение таблицы D.5

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	3,7456	3,0609	2,8357	2,7201	2,6488	2,6001	2,5646	2,5376	2,5163	2,4992
9	3,5459	2,9541	2,7548	2,6515	2,5873	2,5433	2,5111	2,4865	2,4671	2,4514
10	3,3935	2,8700	2,6904	2,5964	2,5377	2,4973	2,4677	2,4450	2,4271	2,4125
11	3,2728	2,8018	2,6376	2,5511	2,4969	2,4594	2,4318	2,4106	2,3938	2,3802
12	3,1747	2,7452	2,5936	2,5131	2,4625	2,4273	2,4015	2,3815	2,3657	2,3528
13	3,0932	2,6975	2,5561	2,4807	2,4331	2,4000	2,3755	2,3566	2,3416	2,3294
14	3,0242	2,6565	2,5238	2,4527	2,4077	2,3763	2,3530	2,3350	2,3207	2,3090
15	2,9650	2,6209	2,4957	2,4283	2,3854	2,3555	2,3333	2,3161	2,3024	2,2912
16	2,9135	2,5897	2,4709	2,4067	2,3658	2,3371	2,3158	2,2993	2,2862	2,2754
17	2,8684	2,5620	2,4488	2,3875	2,3483	2,3208	2,3003	2,2844	2,2717	2,2613
18	2,8283	2,5373	2,4291	2,3702	2,3326	2,3061	2,2864	2,2710	2,2587	2,2487
19	2,7926	2,5151	2,4113	2,3547	2,3184	2,2928	2,2738	2,2589	2,2470	2,2373
20	2,7604	2,4950	2,3952	2,3406	2,3055	2,2808	2,2623	2,2479	2,2364	2,2269
22	2,7048	2,4599	2,3670	2,3160	2,2830	2,2598	2,2423	2,2287	2,2178	2,2088
24	2,6583	2,4304	2,3432	2,2951	2,2640	2,2419	2,2254	2,2125	2,2021	2,1935
26	2,6188	2,4051	2,3227	2,2771	2,2476	2,2266	2,2108	2,1985	2,1886	2,1803
28	2,5847	2,3831	2,3049	2,2615	2,2333	2,2133	2,1982	2,1864	2,1768	2,1689
30	2,5549	2,3638	2,2893	2,2478	2,2208	2,2016	2,1871	2,1757	2,1665	2,1589
35	2,4946	2,3244	2,2573	2,2197	2,1952	2,1776	2,1643	2,1539	2,1455	2,1384
40	2,4484	2,2940	2,2326	2,1980	2,1753	2,1591	2,1468	2,1371	2,1292	2,1227
45	2,4117	2,2696	2,2128	2,1806	2,1594	2,1443	2,1327	2,1237	2,1163	2,1101
50	2,3816	2,2496	2,1964	2,1663	2,1464	2,1321	2,1212	2,1126	2,1056	2,0998
60	2,3351	2,2185	2,1710	2,1440	2,1261	2,1132	2,1033	2,0956	2,0892	2,0839
70	2,3005	2,1952	2,1520	2,1273	2,1109	2,0991	2,0900	2,0828	2,0770	2,0721
80	2,2736	2,1770	2,1371	2,1142	2,0990	2,0880	2,0796	2,0729	2,0675	2,0629
90	2,2519	2,1622	2,1251	2,1037	2,0895	2,0792	2,0713	2,0650	2,0598	2,0555
100	2,2339	2,1500	2,1151	2,0950	2,0815	2,0718	2,0643	2,0584	2,0535	2,0495
150	2,1758	2,1102	2,0826	2,0666	2,0558	2,0480	2,0420	2,0372	2,0332	2,0299
200	2,1430	2,0877	2,0642	2,0505	2,0413	2,0346	2,0294	2,0253	2,0219	2,0190
250	2,1214	2,0728	2,0520	2,0399	2,0317	2,0258	2,0212	2,0175	2,0144	2,0119
300	2,1058	2,0620	2,0432	2,0322	2,0248	2,0194	2,0152	2,0119	2,0091	2,0068
400	2,0845	2,0472	2,0312	2,0217	2,0154	2,0107	2,0071	2,0042	2,0018	1,9998
500	2,0703	2,0373	2,0231	2,0147	2,0091	2,0049	2,0017	1,9991	1,9970	1,9952
1 000	2,0362	2,0135	2,0037	1,9979	1,9939	1,9910	1,9888	1,9870	1,9855	1,9842

Окончание таблицы D.5

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 000	2,0130	1,9973	1,9905	1,9864	1,9836	1,9816	1,9800	1,9788	1,9777	1,9768
5 000	1,9930	1,9833	1,9790	1,9765	1,9748	1,9735	1,9725	1,9717	1,9710	1,9705
10 000	1,9832	1,9764	1,9734	1,9716	1,9704	1,9695	1,9688	1,9682	1,9677	1,9674
20 000	1,9763	1,9715	1,9694	1,9682	1,9673	1,9667	1,9662	1,9658	1,9655	1,9652
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Т а б л и ц а D.6 — Уровень доверия 95,0 %, доля совокупности 99,0 % ($1 - \alpha = 0,95$; $p = 0,99$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	46,9445	13,0925	8,7128	7,1173	6,2983	5,7995	5,4632	5,2207	5,0372	4,8934
3	12,6472	6,8474	5,5623	4,9943	4,6711	4,4612	4,3133	4,2032	4,1180	4,0500
4	8,2207	5,4302	4,6896	4,3392	4,1324	3,9949	3,8965	3,8225	3,7647	3,7182
5	6,5980	4,7884	4,2614	4,0029	3,8472	3,7425	3,6668	3,6095	3,5645	3,5283
6	5,7578	4,4149	4,0005	3,7926	3,6657	3,5796	3,5170	3,4694	3,4320	3,4017
7	5,2411	4,1672	3,8223	3,6464	3,5381	3,4640	3,4100	3,3688	3,3362	3,3099
8	4,8893	3,9893	3,6916	3,5378	3,4424	3,3769	3,3290	3,2922	3,2632	3,2396
9	4,6329	3,8544	3,5909	3,4534	3,3677	3,3085	3,2651	3,2317	3,2052	3,1837
10	4,4370	3,7481	3,5105	3,3856	3,3073	3,2531	3,2131	3,1824	3,1580	3,1381
11	4,2818	3,6618	3,4447	3,3297	3,2573	3,2071	3,1700	3,1414	3,1186	3,1000
12	4,1556	3,5901	3,3896	3,2828	3,2152	3,1682	3,1334	3,1066	3,0852	3,0677
13	4,0506	3,5295	3,3426	3,2426	3,1791	3,1349	3,1021	3,0767	3,0564	3,0398
14	3,9617	3,4775	3,3021	3,2078	3,1478	3,1059	3,0747	3,0506	3,0313	3,0155
15	3,8853	3,4323	3,2667	3,1774	3,1204	3,0804	3,0507	3,0277	3,0093	2,9941
16	3,8189	3,3925	3,2355	3,1504	3,0960	3,0579	3,0295	3,0074	2,9897	2,9752
17	3,7606	3,3572	3,2077	3,1264	3,0743	3,0377	3,0104	2,9892	2,9722	2,9582
18	3,7089	3,3257	3,1828	3,1048	3,0548	3,0196	2,9933	2,9728	2,9564	2,9429
19	3,6626	3,2973	3,1603	3,0853	3,0372	3,0032	2,9778	2,9580	2,9421	2,9290
20	3,6210	3,2716	3,1398	3,0676	3,0211	2,9883	2,9637	2,9445	2,9291	2,9164
22	3,5491	3,2267	3,1041	3,0365	2,9929	2,9620	2,9389	2,9208	2,9062	2,8942
24	3,4888	3,1888	3,0737	3,0102	2,9690	2,9398	2,9178	2,9006	2,8868	2,8753
26	3,4375	3,1562	3,0476	2,9874	2,9483	2,9205	2,8996	2,8833	2,8700	2,8591
28	3,3933	3,1280	3,0249	2,9676	2,9303	2,9038	2,8838	2,8681	2,8554	2,8449
30	3,3546	3,1031	3,0049	2,9501	2,9144	2,8890	2,8698	2,8547	2,8425	2,8324
35	3,2762	3,0522	2,9638	2,9143	2,8818	2,8586	2,8411	2,8273	2,8161	2,8068

Окончание таблицы D.6

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
40	3,2160	3,0128	2,9320	2,8864	2,8564	2,8350	2,8188	2,8059	2,7955	2,7869
45	3,1680	2,9812	2,9063	2,8640	2,8361	2,8160	2,8008	2,7888	2,7791	2,7709
50	3,1288	2,9552	2,8852	2,8455	2,8193	2,8004	2,7861	2,7748	2,7655	2,7578
60	3,0681	2,9147	2,8523	2,8166	2,7931	2,7761	2,7631	2,7528	2,7445	2,7375
70	3,0228	2,8843	2,8275	2,7950	2,7734	2,7578	2,7459	2,7364	2,7287	2,7223
80	2,9876	2,8605	2,8081	2,7780	2,7580	2,7435	2,7324	2,7236	2,7164	2,7104
90	2,9591	2,8413	2,7924	2,7643	2,7456	2,7320	2,7216	2,7133	2,7065	2,7009
100	2,9356	2,8253	2,7794	2,7529	2,7352	2,7224	2,7126	2,7048	2,6984	2,6930
150	2,8593	2,7732	2,7369	2,7158	2,7016	2,6913	2,6834	2,6771	2,6719	2,6676
200	2,8163	2,7436	2,7127	2,6947	2,6826	2,6738	2,6670	2,6616	2,6571	2,6533
250	2,7879	2,7240	2,6968	2,6808	2,6701	2,6622	2,6562	2,6513	2,6473	2,6440
300	2,7675	2,7099	2,6852	2,6708	2,6610	2,6539	2,6484	2,6440	2,6404	2,6373
400	2,7395	2,6905	2,6694	2,6570	2,6486	2,6425	2,6377	2,6339	2,6308	2,6282
500	2,7208	2,6775	2,6588	2,6478	2,6403	2,6349	2,6307	2,6273	2,6245	2,6221
1 000	2,6760	2,6462	2,6333	2,6256	2,6205	2,6166	2,6137	2,6113	2,6094	2,6077
2 000	2,6455	2,6249	2,6159	2,6105	2,6069	2,6042	2,6022	2,6005	2,5991	2,5980
5 000	2,6193	2,6065	2,6009	2,5975	2,5952	2,5936	2,5923	2,5912	2,5904	2,5896
10 000	2,6064	2,5974	2,5934	2,5911	2,5895	2,5883	2,5874	2,5867	2,5860	2,5855
20 000	2,5973	2,5910	2,5882	2,5866	2,5855	2,5846	2,5840	2,5835	2,5830	2,5827
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Таблица D.7 — Уровень доверия 99,0 %, доля совокупности 90,0 % ($1 - \alpha = 0{,}99$; $p = 0{,}90$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	155,5690	19,7425	10,2697	7,4789	6,2048	5,4874	5,0311	4,7170	4,4884	4,3150
3	18,7825	7,0392	5,1183	4,3676	3,9720	3,7293	3,5660	3,4492	3,3617	3,2939
4	9,4162	4,9212	3,9582	3,5449	3,3166	3,1727	3,0742	3,0028	2,9489	2,9068
5	6,6550	4,0660	3,4311	3,1453	2,9835	2,8800	2,8086	2,7565	2,7170	2,6860
6	5,3832	3,5984	3,1231	2,9026	2,7757	2,6938	2,6369	2,5953	2,5636	2,5388
7	4,6576	3,3006	2,9183	2,7369	2,6314	2,5628	2,5149	2,4798	2,4530	2,4319
8	4,1887	3,0928	2,7709	2,6156	2,5244	2,4647	2,4229	2,3922	2,3687	2,3502
9	3,8602	2,9387	2,6590	2,5223	2,4414	2,3882	2,3507	2,3231	2,3020	2,2853
10	3,6167	2,8193	2,5709	2,4481	2,3748	2,3265	2,2923	2,2671	2,2477	2,2324
11	3,4286	2,7239	2,4994	2,3874	2,3202	2,2756	2,2440	2,2206	2,2026	2,1884

Окончание таблицы D.7

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12	3,2786	2,6456	2,4402	2,3368	2,2744	2,2329	2,2033	2,1814	2,1645	2,1512
13	3,1561	2,5801	2,3902	2,2939	2,2355	2,1964	2,1686	2,1479	2,1319	2,1192
14	3,0538	2,5244	2,3474	2,2569	2,2019	2,1649	2,1385	2,1188	2,1036	2,0915
15	2,9672	2,4763	2,3102	2,2248	2,1726	2,1374	2,1122	2,0934	2,0788	2,0672
16	2,8926	2,4344	2,2776	2,1965	2,1468	2,1132	2,0890	2,0709	2,0569	2,0458
17	2,8278	2,3975	2,2488	2,1715	2,1239	2,0917	2,0684	2,0510	2,0374	2,0267
18	2,7708	2,3647	2,2231	2,1491	2,1034	2,0724	2,0500	2,0331	2,0200	2,0095
19	2,7203	2,3354	2,2000	2,1290	2,0850	2,0550	2,0334	2,0170	2,0043	1,9941
20	2,6752	2,3089	2,1791	2,1108	2,0683	2,0393	2,0183	2,0024	1,9900	1,9801
22	2,5979	2,2631	2,1429	2,0791	2,0393	2,0120	1,9921	1,9770	1,9652	1,9558
24	2,5340	2,2247	2,1124	2,0525	2,0148	1,9889	1,9700	1,9556	1,9443	1,9352
26	2,4801	2,1920	2,0864	2,0297	1,9939	1,9692	1,9511	1,9373	1,9264	1,9177
28	2,4340	2,1638	2,0638	2,0099	1,9758	1,9521	1,9348	1,9215	1,9110	1,9025
30	2,3940	2,1391	2,0441	1,9926	1,9599	1,9372	1,9205	1,9076	1,8975	1,8893
35	2,3137	2,0891	2,0040	1,9575	1,9277	1,9069	1,8915	1,8796	1,8702	1,8625
40	2,2529	2,0507	1,9732	1,9304	1,9030	1,8837	1,8693	1,8582	1,8493	1,8421
45	2,2050	2,0202	1,9486	1,9089	1,8833	1,8652	1,8517	1,8412	1,8328	1,8259
50	2,1660	1,9953	1,9285	1,8913	1,8672	1,8502	1,8374	1,8274	1,8194	1,8128
60	2,1063	1,9567	1,8974	1,8641	1,8424	1,8269	1,8153	1,8062	1,7989	1,7928
70	2,0623	1,9280	1,8742	1,8439	1,8240	1,8098	1,7990	1,7906	1,7838	1,7781
80	2,0282	1,9056	1,8562	1,8281	1,8097	1,7964	1,7864	1,7785	1,7721	1,7668
90	2,0009	1,8876	1,8416	1,8154	1,7982	1,7858	1,7763	1,7689	1,7629	1,7578
100	1,9784	1,8727	1,8296	1,8050	1,7887	1,7770	1,7680	1,7610	1,7552	1,7505
150	1,9061	1,8245	1,7906	1,7711	1,7581	1,7486	1,7414	1,7357	1,7310	1,7270
200	1,8657	1,7973	1,7686	1,7520	1,7409	1,7328	1,7266	1,7216	1,7176	1,7142
250	1,8392	1,7794	1,7541	1,7394	1,7296	1,7224	1,7168	1,7124	1,7088	1,7058
300	1,8202	1,7665	1,7437	1,7304	1,7214	1,7149	1,7099	1,7059	1,7026	1,6998
400	1,7943	1,7488	1,7293	1,7179	1,7103	1,7047	1,7003	1,6969	1,6940	1,6916
500	1,7771	1,7369	1,7197	1,7097	1,7029	1,6979	1,6940	1,6909	1,6884	1,6862
1 000	1,7359	1,7086	1,6967	1,6897	1,6850	1,6815	1,6788	1,6767	1,6749	1,6734
2 000	1,7081	1,6892	1,6810	1,6762	1,6729	1,6704	1,6685	1,6670	1,6658	1,6647
5 000	1,6842	1,6726	1,6675	1,6644	1,6624	1,6608	1,6597	1,6587	1,6579	1,6573
10 000	1,6725	1,6643	1,6608	1,6586	1,6572	1,6561	1,6553	1,6546	1,6541	1,6536
20 000	1,6643	1,6586	1,6561	1,6546	1,6535	1,6528	1,6522	1,6517	1,6513	1,6510
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Таблица D.8 — Уровень доверия 99,0 %, доля совокупности 95,0 % ($1 - \alpha = 0{,}99$; $p = 0{,}95$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	182,7201	23,1159	11,9855	8,7010	7,1975	6,3481	5,8059	5,4311	5,1573	4,9489
3	22,1308	8,2618	5,9854	5,0908	4,6163	4,3233	4,1249	3,9820	3,8745	3,7907
4	11,1178	5,7889	4,6406	4,1439	3,8673	3,6914	3,5701	3,4816	3,4143	3,3616
5	7,8698	4,7921	4,0321	3,6869	3,4897	3,3624	3,2737	3,2086	3,1589	3,1198
6	6,3735	4,2479	3,6775	3,4103	3,2552	3,1542	3,0833	3,0311	2,9911	2,9596
7	5,5196	3,9016	3,4420	3,2221	3,0929	3,0081	2,9484	2,9043	2,8704	2,8436
8	4,9677	3,6599	3,2727	3,0843	2,9726	2,8989	2,8468	2,8082	2,7784	2,7550
9	4,5810	3,4807	3,1443	2,9784	2,8793	2,8136	2,7670	2,7324	2,7057	2,6846
10	4,2942	3,3419	3,0430	2,8940	2,8045	2,7449	2,7024	2,6708	2,6464	2,6271
11	4,0727	3,2308	2,9608	2,8251	2,7430	2,6881	2,6489	2,6196	2,5970	2,5791
12	3,8959	3,1396	2,8927	2,7674	2,6913	2,6403	2,6037	2,5764	2,5552	2,5384
13	3,7514	3,0633	2,8350	2,7185	2,6473	2,5994	2,5650	2,5393	2,5193	2,5034
14	3,6309	2,9983	2,7856	2,6763	2,6093	2,5640	2,5315	2,5070	2,4881	2,4730
15	3,5286	2,9422	2,7427	2,6395	2,5761	2,5331	2,5021	2,4788	2,4606	2,4462
16	3,4406	2,8932	2,7050	2,6072	2,5468	2,5057	2,4761	2,4537	2,4364	2,4225
17	3,3641	2,8501	2,6716	2,5784	2,5207	2,4814	2,4529	2,4314	2,4147	2,4013
18	3,2968	2,8117	2,6418	2,5527	2,4973	2,4596	2,4321	2,4114	2,3952	2,3822
19	3,2372	2,7774	2,6150	2,5295	2,4763	2,4399	2,4134	2,3933	2,3776	2,3650
20	3,1838	2,7464	2,5908	2,5086	2,4572	2,4220	2,3963	2,3769	2,3616	2,3494
22	3,0924	2,6926	2,5486	2,4720	2,4239	2,3908	2,3666	2,3482	2,3337	2,3221
24	3,0168	2,6475	2,5131	2,4411	2,3957	2,3644	2,3414	2,3239	2,3101	2,2989
26	2,9530	2,6091	2,4826	2,4146	2,3716	2,3417	2,3198	2,3030	2,2898	2,2791
28	2,8984	2,5759	2,4563	2,3916	2,3506	2,3221	2,3011	2,2850	2,2722	2,2619
30	2,8510	2,5468	2,4332	2,3715	2,3322	2,3049	2,2846	2,2691	2,2568	2,2468
35	2,7558	2,4878	2,3861	2,3304	2,2947	2,2697	2,2511	2,2368	2,2254	2,2161
40	2,6836	2,4425	2,3498	2,2987	2,2658	2,2427	2,2254	2,2120	2,2013	2,1926
45	2,6267	2,4064	2,3209	2,2735	2,2428	2,2211	2,2049	2,1923	2,1822	2,1739
50	2,5805	2,3768	2,2971	2,2527	2,2239	2,2035	2,1881	2,1762	2,1666	2,1587
60	2,5095	2,3311	2,2603	2,2206	2,1947	2,1762	2,1623	2,1514	2,1426	2,1353
70	2,4571	2,2970	2,2329	2,1967	2,1729	2,1559	2,1431	2,1330	2,1249	2,1181
80	2,4165	2,2705	2,2115	2,1780	2,1560	2,1402	2,1282	2,1188	2,1112	2,1048
90	2,3840	2,2491	2,1942	2,1630	2,1424	2,1276	2,1163	2,1074	2,1002	2,0942
100	2,3573	2,2314	2,1799	2,1506	2,1311	2,1171	2,1065	2,0981	2,0912	2,0855
150	2,2712	2,1740	2,1336	2,1103	2,0948	2,0835	2,0749	2,0681	2,0625	2,0578

Окончание таблицы D.8

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
200	2,2231	2,1416	2,1074	2,0876	2,0743	2,0647	2,0573	2,0514	2,0465	2,0425
250	2,1915	2,1203	2,0901	2,0726	2,0609	2,0523	2,0457	2,0405	2,0361	2,0325
300	2,1689	2,1049	2,0777	2,0618	2,0512	2,0434	2,0374	2,0326	2,0287	2,0254
400	2,1380	2,0838	2,0606	2,0470	2,0379	2,0312	2,0261	2,0219	2,0185	2,0157
500	2,1175	2,0697	2,0492	2,0372	2,0291	2,0231	2,0185	2,0149	2,0118	2,0093
1 000	2,0684	2,0359	2,0218	2,0134	2,0078	2,0037	2,0005	1,9979	1,9958	1,9940
2 000	2,0353	2,0128	2,0030	1,9973	1,9933	1,9904	1,9882	1,9864	1,9849	1,9836
5 000	2,0069	1,9930	1,9869	1,9833	1,9808	1,9790	1,9776	1,9765	1,9755	1,9747
10 000	1,9929	1,9832	1,9789	1,9764	1,9746	1,9734	1,9724	1,9716	1,9709	1,9704
20 000	1,9831	1,9763	1,9733	1,9715	1,9703	1,9694	1,9687	1,9682	1,9677	1,9673
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Т а б л и ц а D.9 — Уровень доверия 99,0 %, доля совокупности 99,0 % ($1 - \alpha = 0{,}99$; $p = 0{,}99$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	234,8775	29,6006	15,2876	11,0563	9,1134	8,0113	7,3045	6,8136	6,4531	6,1774
3	28,5857	10,6204	7,6599	6,4888	5,8628	5,4728	5,2065	5,0131	4,8663	4,7512
4	14,4054	7,4658	5,9599	5,3025	4,9324	4,6945	4,5286	4,4063	4,3126	4,2384
5	10,2201	6,1969	5,1946	4,7343	4,4681	4,2942	4,1716	4,0806	4,0105	3,9547
6	8,2916	5,5053	4,7503	4,3924	4,1820	4,0431	3,9445	3,8709	3,8140	3,7687
7	7,1908	5,0656	4,4559	4,1605	3,9847	3,8678	3,7844	3,7220	3,6736	3,6350
8	6,4791	4,7591	4,2445	3,9911	3,8389	3,7371	3,6643	3,6096	3,5670	3,5331
9	5,9802	4,5318	4,0843	3,8610	3,7260	3,6352	3,5700	3,5210	3,4828	3,4523
10	5,6102	4,3557	3,9580	3,7574	3,6354	3,5531	3,4938	3,4491	3,4142	3,3863
11	5,3242	4,2147	3,8554	3,6727	3,5609	3,4852	3,4305	3,3893	3,3570	3,3312
12	5,0960	4,0989	3,7702	3,6018	3,4983	3,4280	3,3771	3,3386	3,3085	3,2844
13	4,9093	4,0019	3,6982	3,5415	3,4448	3,3790	3,3312	3,2951	3,2667	3,2440
14	4,7535	3,9192	3,6363	3,4895	3,3986	3,3365	3,2914	3,2572	3,2303	3,2088
15	4,6212	3,8478	3,5825	3,4441	3,3581	3,2992	3,2564	3,2238	3,1983	3,1777
16	4,5074	3,7855	3,5352	3,4040	3,3223	3,2662	3,2254	3,1942	3,1698	3,1501
17	4,4084	3,7304	3,4933	3,3684	3,2904	3,2368	3,1976	3,1678	3,1443	3,1254
18	4,3212	3,6815	3,4558	3,3365	3,2618	3,2103	3,1727	3,1440	3,1213	3,1031
19	4,2439	3,6376	3,4220	3,3077	3,2359	3,1864	3,1501	3,1224	3,1005	3,0829
20	4,1748	3,5979	3,3915	3,2816	3,2124	3,1646	3,1296	3,1027	3,0816	3,0644
22	4,0563	3,5291	3,3381	3,2359	3,1713	3,1265	3,0935	3,0682	3,0483	3,0321

Окончание таблицы D.9

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
24	3,9581	3,4713	3,2931	3,1972	3,1364	3,0941	3,0629	3,0389	3,0199	3,0045
26	3,8752	3,4220	3,2545	3,1639	3,1063	3,0662	3,0365	3,0136	2,9955	2,9807
28	3,8042	3,3792	3,2209	3,1350	3,0801	3,0418	3,0135	2,9916	2,9742	2,9600
30	3,7425	3,3418	3,1915	3,1095	3,0571	3,0204	2,9932	2,9721	2,9554	2,9417
35	3,6185	3,2656	3,1312	3,0574	3,0099	2,9765	2,9516	2,9323	2,9169	2,9043
40	3,5244	3,2070	3,0847	3,0171	2,9733	2,9425	2,9194	2,9015	2,8871	2,8753
45	3,4502	3,1602	3,0474	2,9847	2,9440	2,9152	2,8936	2,8768	2,8632	2,8521
50	3,3898	3,1218	3,0167	2,9581	2,9199	2,8928	2,8724	2,8565	2,8437	2,8331
60	3,2970	3,0623	2,9691	2,9167	2,8824	2,8580	2,8395	2,8250	2,8133	2,8037
70	3,2284	3,0179	2,9334	2,8857	2,8544	2,8319	2,8150	2,8016	2,7908	2,7818
80	3,1753	2,9832	2,9056	2,8615	2,8325	2,8116	2,7958	2,7834	2,7732	2,7648
90	3,1327	2,9552	2,8831	2,8420	2,8148	2,7953	2,7804	2,7687	2,7592	2,7512
100	3,0976	2,9321	2,8644	2,8258	2,8002	2,7817	2,7677	2,7566	2,7475	2,7400
150	2,9847	2,8569	2,8038	2,7732	2,7527	2,7379	2,7266	2,7176	2,7102	2,7041
200	2,9215	2,8144	2,7695	2,7434	2,7260	2,7133	2,7036	2,6958	2,6894	2,6841
250	2,8801	2,7864	2,7468	2,7238	2,7084	2,6971	2,6884	2,6815	2,6758	2,6711
300	2,8504	2,7662	2,7305	2,7096	2,6956	2,6854	2,6775	2,6713	2,6661	2,6617
400	2,8098	2,7385	2,7080	2,6902	2,6782	2,6694	2,6627	2,6572	2,6528	2,6490
500	2,7828	2,7200	2,6931	2,6773	2,6666	2,6588	2,6528	2,6479	2,6440	2,6406
1 000	2,7184	2,6756	2,6570	2,6461	2,6387	2,6332	2,6290	2,6257	2,6229	2,6205
2 000	2,6748	2,6453	2,6324	2,6248	2,6197	2,6158	2,6129	2,6105	2,6086	2,6069
5 000	2,6374	2,6192	2,6112	2,6065	2,6032	2,6008	2,5990	2,5975	2,5963	2,5952
10 000	2,6191	2,6063	2,6007	2,5974	2,5951	2,5934	2,5921	2,5911	2,5902	2,5895
20 000	2,6062	2,5973	2,5934	2,5910	2,5894	2,5882	2,5873	2,5866	2,5860	2,5855
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Т а б л и ц а D.10 — Уровень доверия 99,9 %, доля совокупности 90,0 % ($1 - \alpha = 0{,}999$; $p = 0{,}90$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1555,7340	62,5942	22,3691	13,5933	10,1615	8,4070	7,3630	6,6785	6,1986	5,8452
3	59,5426	12,7713	7,8069	6,1415	5,3341	4,8647	4,5605	4,3485	4,1926	4,0734
4	20,4870	7,4872	5,3963	4,5921	4,1750	3,9224	3,7543	3,6346	3,5453	3,4760
5	12,0557	5,6774	4,4228	3,9067	3,6300	3,4592	3,3439	3,2610	3,1986	3,1500
6	8,7591	4,7730	3,8891	3,5106	3,3035	3,1742	3,0863	3,0227	2,9746	2,9369
7	7,0628	4,2289	3,5480	3,2483	3,0821	2,9775	2,9060	2,8541	2,8148	2,7839

Продолжение таблицы D.10

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	6,0427	3,8639	3,3091	3,0597	2,9202	2,8318	2,7712	2,7271	2,6936	2,6672
9	5,3650	3,6009	3,1312	2,9167	2,7957	2,7187	2,6658	2,6272	2,5978	2,5747
10	4,8829	3,4016	2,9930	2,8039	2,6964	2,6279	2,5806	2,5461	2,5199	2,4992
11	4,5224	3,2450	2,8821	2,7122	2,6152	2,5531	2,5101	2,4788	2,4549	2,4361
12	4,2426	3,1183	2,7909	2,6362	2,5473	2,4902	2,4507	2,4219	2,3999	2,3826
13	4,0189	3,0135	2,7145	2,5719	2,4896	2,4366	2,3999	2,3730	2,3525	2,3364
14	3,8358	2,9253	2,6494	2,5167	2,4398	2,3902	2,3558	2,3306	2,3113	2,2962
15	3,6830	2,8499	2,5932	2,4689	2,3965	2,3497	2,3171	2,2933	2,2751	2,2608
16	3,5536	2,7845	2,5441	2,4269	2,3583	2,3139	2,2830	2,2603	2,2430	2,2294
17	3,4423	2,7274	2,5009	2,3897	2,3245	2,2821	2,2525	2,2309	2,2143	2,2013
18	3,3456	2,6769	2,4624	2,3566	2,2942	2,2536	2,2252	2,2044	2,1885	2,1760
19	3,2607	2,6319	2,4280	2,3268	2,2670	2,2279	2,2006	2,1805	2,1652	2,1532
20	3,1856	2,5916	2,3970	2,3000	2,2424	2,2046	2,1783	2,1589	2,1441	2,1324
22	3,0583	2,5221	2,3434	2,2533	2,1995	2,1641	2,1393	2,1210	2,1070	2,0960
24	2,9544	2,4644	2,2984	2,2141	2,1634	2,1299	2,1064	2,0890	2,0757	2,0652
26	2,8678	2,4155	2,2602	2,1807	2,1326	2,1007	2,0782	2,0616	2,0489	2,0388
28	2,7944	2,3736	2,2273	2,1519	2,1060	2,0755	2,0539	2,0379	2,0256	2,0159
30	2,7313	2,3371	2,1986	2,1267	2,0828	2,0534	2,0326	2,0171	2,0052	1,9958
35	2,6061	2,2636	2,1405	2,0757	2,0358	2,0088	1,9894	1,9750	1,9639	1,9551
40	2,5127	2,2077	2,0962	2,0368	1,9999	1,9747	1,9566	1,9430	1,9324	1,9241
45	2,4399	2,1636	2,0611	2,0061	1,9715	1,9478	1,9307	1,9177	1,9077	1,8996
50	2,3814	2,1278	2,0326	1,9810	1,9485	1,9260	1,9097	1,8973	1,8876	1,8799
60	2,2925	2,0727	1,9886	1,9426	1,9132	1,8927	1,8777	1,8662	1,8571	1,8499
70	2,2276	2,0321	1,9562	1,9142	1,8873	1,8683	1,8543	1,8435	1,8350	1,8281
80	2,1779	2,0006	1,9310	1,8923	1,8673	1,8496	1,8364	1,8262	1,8181	1,8115
90	2,1383	1,9754	1,9109	1,8748	1,8513	1,8347	1,8222	1,8125	1,8048	1,7985
100	2,1059	1,9546	1,8943	1,8603	1,8382	1,8224	1,8106	1,8014	1,7940	1,7879
150	2,0029	1,8878	1,8408	1,8140	1,7963	1,7835	1,7739	1,7662	1,7601	1,7549
200	1,9461	1,8504	1,8109	1,7881	1,7730	1,7621	1,7537	1,7471	1,7417	1,7372
250	1,9091	1,8259	1,7912	1,7711	1,7578	1,7481	1,7406	1,7347	1,7299	1,7258
300	1,8827	1,8083	1,7771	1,7590	1,7468	1,7380	1,7313	1,7259	1,7215	1,7178
400	1,8469	1,7842	1,7577	1,7423	1,7319	1,7244	1,7185	1,7139	1,7101	1,7069
500	1,8232	1,7682	1,7449	1,7312	1,7220	1,7153	1,7101	1,7060	1,7026	1,6997
1 000	1,7671	1,7300	1,7140	1,7046	1,6982	1,6936	1,6900	1,6871	1,6847	1,6827

Окончание таблицы D.10

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2 000	1,7294	1,7040	1,6930	1,6865	1,6820	1,6788	1,6763	1,6743	1,6726	1,6712
5 000	1,6974	1,6817	1,6749	1,6709	1,6681	1,6661	1,6645	1,6632	1,6622	1,6613
10 000	1,6817	1,6708	1,6660	1,6631	1,6612	1,6598	1,6587	1,6578	1,6571	1,6564
20 000	1,6707	1,6631	1,6597	1,6577	1,6564	1,6554	1,6546	1,6540	1,6535	1,6530
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Т а б л и ц а D.11 — Уровень доверия 99,9 %, доля совокупности 95,0 % ($1 - \alpha = 0{,}999$; $p = 0{,}95$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1827,2522	73,2838	26,0939	15,7955	11,7620	9,6947	8,4608	7,6494	7,0787	6,6574
3	70,1538	14,9785	9,1103	7,1319	6,1666	5,6019	5,2338	4,9760	4,7860	4,6403
4	24,1850	8,7950	6,3062	5,3407	4,8352	4,5266	4,3198	4,1720	4,0613	3,9754
5	14,2518	6,6792	5,1776	4,5531	4,2145	4,0035	3,8602	3,7567	3,6785	3,6175
6	10,3659	5,6230	4,5609	4,1002	3,8451	3,6842	3,5740	3,4939	3,4332	3,3856
7	8,3658	4,9882	4,1678	3,8015	3,5958	3,4650	3,3748	3,3091	3,2592	3,2199
8	7,1627	4,5627	3,8928	3,5874	3,4141	3,3032	3,2265	3,1704	3,1277	3,0940
9	6,3633	4,2562	3,6884	3,4253	3,2747	3,1779	3,1107	3,0615	3,0240	2,9944
10	5,7945	4,0241	3,5298	3,2976	3,1638	3,0774	3,0174	2,9733	2,9397	2,9131
11	5,3691	3,8417	3,4025	3,1939	3,0730	2,9947	2,9402	2,9001	2,8695	2,8453
12	5,0388	3,6941	3,2979	3,1079	2,9972	2,9252	2,8751	2,8382	2,8099	2,7877
13	4,7747	3,5721	3,2102	3,0351	2,9327	2,8659	2,8193	2,7850	2,7587	2,7380
14	4,5585	3,4692	3,1354	2,9727	2,8771	2,8146	2,7709	2,7387	2,7140	2,6946
15	4,3780	3,3813	3,0708	2,9185	2,8286	2,7697	2,7285	2,6980	2,6747	2,6563
16	4,2251	3,3050	3,0144	2,8709	2,7858	2,7300	2,6909	2,6620	2,6399	2,6224
17	4,0936	3,2383	2,9646	2,8287	2,7479	2,6947	2,6574	2,6298	2,6086	2,5919
18	3,9793	3,1793	2,9204	2,7910	2,7139	2,6630	2,6272	2,6008	2,5805	2,5645
19	3,8789	3,1268	2,8807	2,7572	2,6833	2,6344	2,6000	2,5746	2,5551	2,5396
20	3,7900	3,0796	2,8449	2,7266	2,6555	2,6085	2,5753	2,5507	2,5319	2,5170
22	3,6394	2,9983	2,7829	2,6733	2,6071	2,5632	2,5320	2,5090	2,4912	2,4772
24	3,5164	2,9307	2,7309	2,6285	2,5663	2,5248	2,4954	2,4735	2,4567	2,4434
26	3,4138	2,8734	2,6866	2,5901	2,5313	2,4919	2,4639	2,4431	2,4270	2,4143
28	3,3269	2,8241	2,6483	2,5570	2,5010	2,4634	2,4366	2,4166	2,4012	2,3890
30	3,2521	2,7812	2,6149	2,5280	2,4745	2,4384	2,4126	2,3934	2,3785	2,3667
35	3,1037	2,6947	2,5471	2,4690	2,4205	2,3876	2,3638	2,3460	2,3322	2,3212

Окончание таблицы D.11

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
40	2,9928	2,6288	2,4952	2,4238	2,3791	2,3486	2,3264	2,3097	2,2967	2,2863
45	2,9064	2,5767	2,4540	2,3879	2,3463	2,3176	2,2967	2,2809	2,2685	2,2586
50	2,8368	2,5343	2,4204	2,3587	2,3195	2,2924	2,2725	2,2574	2,2456	2,2361
60	2,7311	2,4691	2,3686	2,3135	2,2783	2,2536	2,2355	2,2216	2,2106	2,2017
70	2,6540	2,4209	2,3303	2,2801	2,2478	2,2251	2,2083	2,1953	2,1849	2,1766
80	2,5949	2,3835	2,3005	2,2543	2,2243	2,2031	2,1873	2,1751	2,1653	2,1573
90	2,5478	2,3535	2,2766	2,2335	2,2054	2,1855	2,1706	2,1590	2,1497	2,1421
100	2,5092	2,3288	2,2569	2,2164	2,1899	2,1711	2,1569	2,1459	2,1370	2,1297
150	2,3865	2,2493	2,1933	2,1614	2,1402	2,1250	2,1135	2,1044	2,0970	2,0909
200	2,3188	2,2048	2,1577	2,1306	2,1126	2,0995	2,0896	2,0817	2,0753	2,0699
250	2,2748	2,1757	2,1343	2,1104	2,0945	2,0829	2,0740	2,0670	2,0612	2,0564
300	2,2434	2,1547	2,1175	2,0959	2,0815	2,0710	2,0629	2,0565	2,0512	2,0468
400	2,2007	2,1260	2,0944	2,0760	2,0637	2,0547	2,0478	2,0422	2,0377	2,0338
500	2,1725	2,1070	2,0791	2,0628	2,0519	2,0439	2,0377	2,0328	2,0287	2,0253
1 000	2,1056	2,0614	2,0423	2,0311	2,0235	2,0180	2,0137	2,0102	2,0074	2,0050
2 000	2,0607	2,0305	2,0173	2,0095	2,0043	2,0004	1,9974	1,9950	1,9930	1,9913
5 000	2,0225	2,0039	1,9958	1,9909	1,9877	1,9852	1,9834	1,9819	1,9806	1,9796
10 000	2,0038	1,9908	1,9851	1,9817	1,9794	1,9777	1,9764	1,9754	1,9745	1,9737
20 000	1,9908	1,9817	1,9777	1,9753	1,9737	1,9725	1,9716	1,9708	1,9702	1,9697
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Т а б л и ц а D.12 — Уровень доверия 99,9 %, доля совокупности 99,0 % ($1 - \alpha = 0,999$; $p = 0,99$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2348,8387	93,8333	33,2653	20,0444	14,8573	12,1910	10,5938	9,5391	8,7942	8,2420
3	90,6105	19,2385	11,6321	9,0532	7,7853	7,0373	6,5458	6,1990	5,9416	5,7433
4	31,3298	11,3247	8,0703	6,7950	6,1194	5,7024	5,4200	5,2164	5,0629	4,9431
5	18,5010	8,6194	6,6422	5,8089	5,3506	5,0612	4,8622	4,7173	4,6071	4,5206
6	13,4784	7,2704	5,8646	5,2452	4,8967	4,6737	4,5189	4,4055	4,3188	4,2505
7	10,8920	6,4607	5,3703	4,8753	4,5924	4,4096	4,2820	4,1880	4,1161	4,0592
8	9,3356	5,9183	5,0256	4,6112	4,3716	4,2158	4,1065	4,0258	3,9639	3,9148
9	8,3012	5,5280	4,7697	4,4117	4,2029	4,0663	3,9702	3,8991	3,8444	3,8010
10	7,5649	5,2325	4,5713	4,2549	4,0689	3,9468	3,8606	3,7968	3,7475	3,7085
11	7,0142	5,0002	4,4124	4,1278	3,9595	3,8486	3,7702	3,7120	3,6670	3,6314
12	6,5864	4,8124	4,2817	4,0223	3,8682	3,7663	3,6940	3,6403	3,5989	3,5659

Окончание таблицы D.12

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
13	6,2443	4,6570	4,1722	3,9332	3,7906	3,6960	3,6288	3,5788	3,5402	3,5095
14	5,9641	4,5260	4,0788	3,8568	3,7237	3,6352	3,5723	3,5254	3,4891	3,4603
15	5,7303	4,4139	3,9981	3,7903	3,6653	3,5820	3,5226	3,4784	3,4441	3,4169
16	5,5319	4,3168	3,9276	3,7319	3,6138	3,5349	3,4787	3,4366	3,4041	3,3782
17	5,3613	4,2317	3,8654	3,6802	3,5680	3,4930	3,4394	3,3993	3,3683	3,3436
18	5,2130	4,1565	3,8099	3,6339	3,5270	3,4553	3,4041	3,3657	3,3360	3,3123
19	5,0827	4,0894	3,7602	3,5923	3,4900	3,4213	3,3721	3,3353	3,3067	3,2840
20	4,9673	4,0291	3,7154	3,5546	3,4564	3,3904	3,3430	3,3075	3,2800	3,2581
22	4,7717	3,9252	3,6375	3,4889	3,3978	3,3362	3,2920	3,2588	3,2330	3,2125
24	4,6118	3,8385	3,5720	3,4335	3,3481	3,2903	3,2486	3,2173	3,1929	3,1735
26	4,4784	3,7650	3,5161	3,3859	3,3054	3,2507	3,2112	3,1815	3,1583	3,1398
28	4,3653	3,7018	3,4677	3,3447	3,2683	3,2163	3,1786	3,1502	3,1281	3,1104
30	4,2679	3,6466	3,4254	3,3085	3,2357	3,1860	3,1499	3,1227	3,1014	3,0844
35	4,0745	3,5352	3,3393	3,2347	3,1690	3,1239	3,0911	3,0661	3,0466	3,0310
40	3,9299	3,4501	3,2731	3,1778	3,1175	3,0759	3,0455	3,0223	3,0042	2,9895
45	3,8170	3,3827	3,2203	3,1323	3,0764	3,0376	3,0091	2,9873	2,9702	2,9563
50	3,7261	3,3277	3,1772	3,0951	3,0427	3,0061	2,9792	2,9586	2,9423	2,9291
60	3,5879	3,2430	3,1104	3,0374	2,9904	2,9574	2,9330	2,9141	2,8992	2,8870
70	3,4870	3,1802	3,0607	2,9944	2,9515	2,9213	2,8987	2,8812	2,8673	2,8559
80	3,4095	3,1314	3,0221	2,9610	2,9213	2,8932	2,8721	2,8557	2,8426	2,8319
90	3,3478	3,0923	2,9910	2,9341	2,8970	2,8706	2,8508	2,8353	2,8229	2,8127
100	3,2972	3,0600	2,9653	2,9119	2,8769	2,8520	2,8333	2,8186	2,8067	2,7970
150	3,1362	2,9559	2,8822	2,8402	2,8123	2,7923	2,7771	2,7651	2,7553	2,7472
200	3,0474	2,8975	2,8356	2,7999	2,7762	2,7590	2,7459	2,7355	2,7270	2,7200
250	2,9896	2,8592	2,8049	2,7734	2,7525	2,7372	2,7256	2,7163	2,7087	2,7024
300	2,9483	2,8317	2,7828	2,7544	2,7354	2,7216	2,7110	2,7026	2,6956	2,6898
400	2,8922	2,7940	2,7525	2,7283	2,7121	2,7003	2,6911	2,6839	2,6779	2,6729
500	2,8551	2,7690	2,7324	2,7110	2,6966	2,6861	2,6780	2,6715	2,6661	2,6616
1 000	2,7672	2,7091	2,6840	2,6693	2,6594	2,6521	2,6464	2,6419	2,6382	2,6350
2 000	2,7083	2,6685	2,6512	2,6410	2,6340	2,6290	2,6250	2,6219	2,6192	2,6170
5 000	2,6580	2,6336	2,6229	2,6165	2,6122	2,6090	2,6066	2,6046	2,6030	2,6016
10 000	2,6334	2,6164	2,6089	2,6044	2,6014	2,5992	2,5975	2,5961	2,5949	2,5939
20 000	2,6163	2,6044	2,5991	2,5960	2,5939	2,5923	2,5911	2,5901	2,5893	2,5886
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Приложение Е
(обязательное)

Непараметрические статистические толерантные интервалы

Непараметрические интервалы приведены в таблицах Е.1 и Е.2.

Таблица Е.1 — Непараметрические статистические толерантные интервалы. Объем выборки n для заданных значений p, $1 - \alpha$, v и/или w

$v + w$	Уровень доверия 90 % ($1 - \alpha = 0{,}90$)			Уровень доверия 95 % ($1 - \alpha = 0{,}95$)		
	Доля $p \cdot 100$ %			Доля $p \cdot 100$ %		
	90	95	99	90	95	99
1	22	45	230	29	59	299
2	38	77	388	46	93	473
3	52	105	531	61	124	628
4	65	132	667	76	153	773
5	78	158	798	89	181	913
6	91	184	926	103	208	1049
7	104	209	1051	116	234	1182
8	116	234	1175	129	260	1312
9	128	258	1297	142	286	1441
10	140	282	1418	154	311	1568
11	152	306	1538	167	336	1693
12	164	330	1658	179	361	1818
13	175	353	1776	191	386	1941
14	187	377	1893	203	410	2064
15	199	400	2010	215	434	2185
16	210	423	2127	227	458	2306
17	222	446	2242	239	482	2426
18	233	469	2358	251	506	2546
19	245	492	2473	263	530	2665
20	256	515	2587	275	554	2784

Таблица Е.2 — Непараметрические статистические толерантные интервалы. Объем выборки *n* для заданных значений *p*, 1 – α, *v* и *w*

v + *w*	Уровень доверия 99 % (1 – α = 0,99)			Уровень доверия 99,9 % (1 – α = 0,999)		
	Доля *p*·100 %			Доля *p*·100 %		
	90	95	99	90	95	99
1	44	90	459	66	135	688
2	64	130	662	89	181	920
3	81	165	838	108	220	1119
4	97	198	1001	126	257	1302
5	113	229	1157	143	291	1475
6	127	259	1307	159	324	1640
7	142	288	1453	175	356	1801
8	156	316	1596	190	387	1957
9	170	344	1736	205	417	2110
10	183	371	1874	220	447	2259
11	197	398	2010	235	476	2407
12	210	425	2144	249	505	2552
13	223	451	2277	263	533	2696
14	236	478	2409	277	562	2837
15	249	504	2539	291	590	2978
16	262	529	2669	305	617	3117
17	275	555	2798	318	645	3255
18	287	580	2925	332	672	3391
19	300	606	3052	345	699	3527
20	312	631	3179	358	726	3662

Приложение F
(справочное)

Вычисление коэффициентов для двусторонних параметрических статистических толерантных интервалов

Интервал для случая нормального распределения с неизвестными средним μ и стандартным отклонением σ, накрывающий долю совокупности p, называется p-содержащим интервалом с уровнем доверия $1-\alpha$. Вместо символа p иногда используют символ β. Несмотря на простоту понятия p-содержащего толерантного интервала, вычисление точных значений коэффициентов для определения границ толерантных интервалов является довольно сложным, особенно без использования электронно-вычислительных средств. В настоящем приложении рассмотрены толерантные интервалы $[\bar{x} - \mathrm{k} \cdot s, \bar{x} + \mathrm{k} \cdot s]$, где $\bar{x}$ и s — выборочные среднее и стандартное отклонение, соответственно.

Значение коэффициента k, используемое для определения толерантных границ, является решением интегрального уравнения

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(x,\mathrm{k}) e^{-\frac{nx^2}{2}} dx - 1 + \alpha = 0, \qquad \text{(F.1)}$$

где

$$F(x,\mathrm{k}) = \int_{\frac{fR^2(x)}{\mathrm{k}^2}}^{\infty} \frac{t^{\frac{f}{2}-1} e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{f}{2}} \Gamma\left(\frac{f}{2}\right)} dt,$$

$R(x)$ — решение уравнения $\Phi(x+R) - \Phi(x-R) - p = 0$.

В формуле для $F(x, \mathrm{k})$ символ f обозначает число степеней свободы, зависящее от количества выборок и объема каждой выборки.

Примечание 1 — Для одной выборки объема n число степеней свободы составляет $f = n - 1$.

Примечание 2 — Для m-выборок объема n (сбалансированная модель) число степеней свободы составляет $f = m(n-1)$.

Примечание 3 — Для m-выборок объемов $n_1, n_2, \ldots, n_m$ (несбалансированная модель) число степеней свободы составляет

$$f = \sum_{i=1}^{m}(n_i - 1) = \left(\sum_{i=1}^{m} n_i\right) - m.$$

В этом случае формулу (F.1) модифицируют; вместо n подставляют n_i, вместо k подставляют k_i и получают отдельное решение k_i для каждой выборки.

Аналитическое решение уранения по формуле (F.1) относительно k невозможно, поэтому для поиска решения используют приближенные методы.

Недавно разработаны компьютерные программы численного интегрирования для вычисления точных значений k. В таблицах D.1—D.12 приложения D приведены коэффициенты, полученные в результате применения итеративных методов численного интегрирования. Использование этих коэффициентов для определения границ толерантного интервала обеспечивает уровень доверия не менее установленного.

Подробные таблицы значений коэффициентов k для нормального распределения и случая двустороннего толерантного интервала с неизвестными μ и σ представлены в [3]. Указанные таблицы соответствуют столбцу $m = 1$ таблиц D.1—D.12 приложения D, но по количеству записей, диапазонам n, p и α таблицы, представленные в [3], полнее таблиц D.1—D.12 приложения D.

В таблицах D.1—D.12 приложения D приведены значения коэффициентов k для двусторонних толерантных интервалов в случае нормального распределения и неизвестных значений μ_i [$i = 1, 2, ..., m$; $m = 2(1)10$] и σ.

Подробные таблицы D.1—D.12 приложения D коэффициентов k для двустороннего толерантного интервала в случае нормального распределения при неизвестных μ и σ также представлены в [4]. Указанные таблицы соответствуют столбцам $m = 2(1)10$ таблиц D.1—D.12 приложения D, но по количеству записей, количеству десятичных знаков k, диапазонам n, p и α таблицы, представленные в [4], подробнее таблиц D.1—D.12 приложения D.

Приложение G
(справочное)

Построение непараметрических толерантных интервалов для произвольного распределения

G.1 Бесконечная совокупность

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — выборка независимых случайных наблюдений из некоторой совокупности (непрерывной, дискретной или смешанной) и пусть $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(n)}$ — соответствующие порядковые статистики.

Интервал, накрывающий долю совокупности не менее $100p$ % с уровнем доверия $100(1-\alpha)$ %, границами которого являются v-е наименьшее наблюдение (т. е. порядковая статистика $x_{(v)}$) и w-е наибольшее наблюдение (т. е. порядковая статистика $x_{(n-w+1)}$), определяют, решая неравенство для биномиального распределения относительно наименьшего объема выборки n

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \binom{n}{x} p^{n-x}(1-p)^x \le \alpha, \tag{G.1}$$

где $v \ge 0$, $w \ge 0$, $v + w \ge 1, 0 < p < 1$ и $0 < \alpha < 1$.

Если функция распределения случайной величины X, характеризующей совокупность, не является непрерывной, утверждение, указанное выше, модифицируют следующим образом: не менее $100p$ % совокупности находится между $x_{(v)}$ и $x_{(n-w+1)}$, включая значения на границах с уровнем доверия не менее $100(1-\alpha)$ %.

Если $(v + w) = 1$, неравенство (G.1) сводится к неравенству

$$p^n \le \alpha. \tag{G.2}$$

Если $(v + w) = 2$, неравенство (G.1) сводится к неравенству

$$np^{n-1} - (n-1)p^n \le \alpha. \tag{G.3}$$

G.2 Конечная совокупность

Пусть совокупность имеет конечный объем N. Простую случайную выборку объема n отбирают без возвращений, ее порядковыми статистиками являются $x_{(1)} \le x_{(2)} \le \ldots \le x_{(n)}$.

Интервал от v-го наименьшего наблюдения (т. е. порядковой статистики $x_{(v)}$) до w-го наибольшего наблюдения (т. е. порядковой статистики $x_{(n-w+1)}$), накрывающий долю совокупности $100p$ % с уровнем доверия не менее $100(1-\alpha)$ % определяют, решая неравенство относительно функции гипергеометрического распределения для наименьшего объема выборки n

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \frac{\binom{N-M+c}{x}\binom{M-c}{n-x}}{\binom{N}{n}} \le \alpha, \tag{G.4}$$

где $v \ge 0$, $w \ge 0$, $v + w \ge 1, 0 < p < 1, 0 < \alpha < 1$, $M = [Np]$ (наименьшее целое число больше или равное Np) и $c = 0$, если интервал соответствует дискретной случайной величине, $c = 1$, если интервал является односторонним, $c = 2$, если интервал двусторонний.

Если $v = 0$, $x_{(0)}$ соответствует нижней границе области изменений X (например, –4), а соответствующий интервал представляет собой верхний односторонний толерантный интервал. Если $w = 0$, $x_{(n+1)}$ соответствует верхней границе области изменений X (например, +4), а соответствующий интервал представляет собой верхний односторонний толерантный интервал. При $v \ge 1$ и $w \ge 1$ соответствующий интервал между двумя порядковыми статистиками представляет собой двусторонний интервал. При $c = 0$ значение $(v + w - 1)$ устанавливают равным максимально допустимому количеству несоответствующих единиц в выборке.

Дополнительная специальная информация приведена в [5].

Приложение ДА
(справочное)

Сведения о соответствии ссылочных национальных стандартов международным стандартам, использованным в качестве ссылочных в примененном международном стандарте

Таблица ДА.1

Обозначение ссылочного национального стандарта	Степень соответствия	Обозначение и наименование соответствующего международного стандарта
ГОСТ Р 50779.10—2000 (ИСО 3534-1:93)	IDT	ISO 3534-1:1993 «Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Вероятность и основные статистические термины»
ГОСТ Р ИСО 16269-4—2017	IDT	ISO 16269-4:2010 «Статистическое представление данных. Часть 4. Выявление и обработка выбросов»
Примечание — В настоящей таблице использовано следующее условное обозначение степени соответствия стандартов: - IDT — идентичные стандарты.		

Библиография

[1] Hahn G., & Meeker W.Q. Statistical Intervals: A guide for practitioners. John Wiley & Sons, 1991

[2] Havlicek L.L., & Crain R.D. Practical Statistics for the Physical Sciences. American Chemical Society, Washington, 1988, pp. 489

[3] Garaj I., & Janiga I. Two-sided tolerance limits of normal distribution for unknown mean and variability. Vydavateľstvo STU, Bratislava, 2002, pp. 147

[4] Garaj I., & Janiga I. Two-sided tolerance limits of normal distributions with unknown means and unknown common variability. Vydavateľstvo STU, Bratislava, 2004, pp. 218

[5] Fountain R.L., & Chou Y.-M. Minimum Sample Sizes for Two-Sided Tolerance Intervals for Finite Populations. Journal of Quality Technology. 1991, 23 pp. 90—95

УДК 658.562.012.7:65.012.122:006.354 ОКС 03.120.30 Т59

Ключевые слова: толерантный интервал, границы толерантного интервала, уровень доверия, случайная величина, функция распределения, выборка

БЗ 9—2017/218

Редактор *Л.С. Зимилова*
Технический редактор *В.Н. Прусакова*
Корректор *Л.С. Лысенко*
Компьютерная верстка *Л.А. Круговой*

Сдано в набор 13.09.2017. Подписано в печать 04.10.2017. Формат $60{\times}84^{1}/_{8}$. Гарнитура Ариал.
Усл. печ. л. 5,58. Уч.-изд. л. 5,43. Тираж 21 экз. Зак. 1700.
Подготовлено на основе электронной версии, предоставленной разработчиком стандарта

Издано и отпечатано во ФГУП «СТАНДАРТИНФОРМ», 123001 Москва, Гранатный пер., 4.
www.gostinfo.ru info@gostinfo.ru