ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ ПО ИЗМЕНЕНИЯМ КОНТРОЛИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА

ГОСТ 23942–80

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ
Москва

РАЗРАБОТАН Государственным комитетом СССР по стандартам

ИСПОЛНИТЕЛИ

А. В. Гличев, д-р. экон. наук, проф; **Э. С. Эренбург**, канд. техн. наук; **В. Г. Берлин**, канд. техн. наук; **Г. А. Горбунова**; **А. В. Волков**; **Ю. А. Камышов**; **О. Г. Лосицкий**, канд. техн. наук; **С. Х. Рошко**

ВНЕСЕН Государственным комитетом СССР по стандартам

Член Госстандарта **Б. Н. Лямин**

УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 10 января 1980 г. № 99

УДК 658.562:006.354 Группа Т51

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ ПО ИЗМЕНЕНИЯМ КОНТРОЛИРУЕМОГО ПАРАМЕТРА

Evaluation of product quality indices by controllable parameter changes

ГОСТ 23942—80

Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 10 января 1980 г. № 99 срок действия установлен

с 01.07. 1980 г.

Несоблюдение стандарта преследуется по закону

Стандарт устанавливает правила оценки показателей назначения и гарантированной наработки продукции, показатели качества которой монотонно изменяются по наработке.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Изменение параметра продукции количественно определяются такими показателями качества как показатели назначения (производительность, содержание вредных примесей и др.) и гарантированной наработкой.

Показатели качества — по ГОСТ 15467—79, наработка — по ГОСТ 17377—75.

1.2. Показатель назначения изделия является параметром продукции x, зависящим от наработки t в заданных режимах и условиях использования.

Параметр продукции — по ГОСТ 15467—79.

1.3. Оценкой показателя назначения является определяемое стандартом значение $\hat{x}_P(t)$ не большее значение $x(t)$ с вероятностью не меньше, чем P. Значение P устанавливается на основе общих требований к изделиям, на этапе проектирования и выпуска опытных образцов.

1.4. Гарантированная наработка $t(\varepsilon)$ является наработкой, в течение которой показатели назначения не меньше предельного значения ε.

Предельное значение показателя качества — по ГОСТ 15467—79.

Издание официальное

1.5. Оценкой гарантированной наработки является определяемое стандартом значение наработки t_P, для которой

$$r\{t_P \leqslant t(\varepsilon)\} \geqslant P,$$

где r — вероятность события.

1.6. Правила стандарта разработаны для линейного

$$x(t) = c_1 + c_2\tau, \tag{1}$$

квадратичного

$$x(t) = c_1 + c_2\tau + c_3\tau^2 \tag{2}$$

и экспоненциального законов изменения показателя назначения

$$x(t) = \exp\{c_1 + c_2\tau\}, \tag{3}$$

где c_1, c_2, c_3 — неизвестные коэффициенты,

$$\tau = t - t_0, \ \tau \geqslant 0,$$

$t_0 \geqslant 0$ — начальное значение наработки изделия.

Вид закона устанавливается на стадии проектирования и изготовления опытных образцов.

1.7. Показатель назначения оценивают по измеренным значениям контролируемого параметра

$$y_i = x(t_i) + \xi_i, \ i = 1, \ldots, N; \tag{4}$$

где t_i — значение наработки в i-й момент измерения

$$t_0 \leqslant t_1 < t_2 < \ldots < t_N,$$

ξ_i — неограниченная случайная величина с дисперсией σ^2, симметрично распределенная относительно математического ожидания, равного нулю, либо симметрично распределенная, ограниченная случайная величина, для которой при всех значениях наработки выполняется условие

$$-\xi \leqslant \xi(t) \leqslant \xi, \quad 0 < \xi < \infty \tag{5}$$

1.8. Число измерений N выбирают из условия

$$N \geqslant 2m, \tag{6}$$

где m — количество неизвестных коэффициентов закона изменения параметра. Рекомендуется выбирать $N \geqslant 11$.

Моменты измерения t_i выбирают таким образом, чтобы случайные величины ξ_i были практически независимыми.

1.9. Формулы стандарта справедливы при монотонном убывании параметра $x(t)$. Если параметр монотонно возрастает, то результаты измерений (4) пересчитывают по формуле

$$y_i' = \varepsilon - y_i, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{7}$$

где ε — заданное предельное значение параметра назначения.

Всюду далее в этом случае полагают $\varepsilon = 0$, а вместо значений y_i подставляют значения y_i'.

2. ПРАВИЛА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЯ ПРИ ЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРА НАЗНАЧЕНИЯ

2.1. Случай равноотстоящих измерений.

2.1.1. Проводят N измерений контролируемого параметра y_i, $i=1,\ldots,N$ изменяющегося согласно (4), через одинаковые интервалы наработки $h=t_{i+1}-t_i$ со значения $t_1=t_0$.

2.1.2. Вычисляют величины

$$v_1=\Sigma y_i; \tag{8}$$

$$v_2=\Sigma(i-1)y_i, \tag{9}$$

где через Σ здесь и далее обозначают сумму по i от 1 до N.

2.1.3. Вычисляют оценки коэффициентов закона (1):

$$\hat{c}_j=v_1D_{1j}+v_2D_{2j},\ j=1,\ 2, \tag{10}$$

где D_{11}, D_{22} и $D_{12}=D_{21}$ выбирают из табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты уравнения (10)

N	D_{11}	D_{12}	D_{22}
4	0,7000	—0,30000	0,2000
5	0,6000	—0,20000	0,1000
6	0,5238	—0,14290	0,05714
7	0,4643	—0,10710	0,03571
8	0,4167	—0,08333	0,02381
9	0,3778	—0,06667	0,01667
10	0,3454	—0,05454	0,01212
11	0,3182	—0,04545	$0,0^{2}9091$
12	0,2949	—0,03846	$0,0^{2}6993$
13	0,2747	—0,03297	$0,0^{2}5494$
14	0,2571	—0,02957	$0,0^{2}4397$
15	0,2417	—0,02500	$0,0^{2}3571$
16	0,2280	—0,02206	$0,0^{2}2941$
17	0,2157	—0,01961	$0,0^{2}2451$
18	0,2047	—0,01754	$0,0^{2}2064$
19	0,1947	—0,01579	$0,0^{2}1754$
20	0,1857	—0,01429	$0,0^{2}1504$
21	0,1775	—0,01299	$0,0^{2}1299$
22	0,1700	—0,01186	$0,0^{2}1130$
23	0,1630	—0,01087	$0,0^{3}9881$
24	0,1567	—0,01000	$0,0^{3}8696$
25	0,1508	$—0,0^{2}9231$	$0,0^{3}7692$
26	0,1453	$—0,0^{2}8547$	$0,0^{3}6838$
27	0,1402	$—0,0^{2}7936$	$0,0^{3}6105$
28	0,1355	$—0,0^{2}7389$	$0,0^{3}5473$
29	0,1310	$—0,0^{2}6897$	$0,0^{3}4926$
30	0,1269	$—0,0^{2}6452$	$0,0^{3}4449$

2.1.4. При известном σ средние квадратические отклонения оценок вычисляют по формуле

$$\sigma_j=\sigma\cdot b_j^{(2)},\ j=1,\ 2, \tag{11}$$

где $b_j^{(2)}$ выбирают из табл. 2.

Таблица 2

Коэффициенты уравнений (11), (31)

N	$b_1^{(2)}$	$b_2^{(2)}$	$b_1^{(3)}$	$b_2^{(3)}$	$b_3^{(3)}$
4	0,837	0,447	0,975	1,565	0,500
5	0,775	0,316	0,941	1,115	0,267
6	0,724	0,239	0,906	0,853	0,164
7	0,681	0,189	0,873	0,681	0,109
8	0,646	0,154	0,842	0,562	0,0772
9	0,615	0,129	0,813	0,474	0,0570
10	0,588	0,110	0,786	0,407	0,0435
11	0,564	0,0953	0,762	0,355	0,0341
12	0,543	0,0836	0,739	0,313	0,0274
13	0,524	0,0741	0,719	0,278	0,0224
14	0,507	0,0663	0,670	0,250	0,0185
15	0,492	0,0598	0,682	0,226	0,0156
16	0,477	0,0542	0,665	0,206	0,0132
17	0,464	0,0495	0,650	0,188	0,0114
18	0,452	0,0454	0,635	0,173	$0{,}0^2981$
19	0,441	0,0419	0,622	0,160	$0{,}0^2859$
20	0,431	0,0388	0,609	0,149	$0{,}0^2755$
21	0,421	0,0360	0,597	0,138	$0{,}0^2668$
22	0,412	0,0336	0,586	0,129	$0{,}0^2594$
23	0,404	0,0314	0,575	0,121	$0{,}0^2531$
24	0,396	0,0295	0,565	0,114	$0{,}0^2478$
25	0,388	0,0277	0,555	0,107	$0{,}0^2431$
26	0,381	0,0261	0,546	0,101	$0{,}0^2391$
27	0,374	0,0247	0,537	0,0956	$0{,}0^2355$
28	0,368	0,0234	0,529	0,0907	$0{,}0^2324$
29	0,362	0,0221	0,521	0,0861	$0{,}0^2297$
30	0,356	0,0211	0,513	0,0819	$0{,}0^2273$

При неизвестном σ его оценку вычисляют по формуле

$$\hat{\sigma}=\sqrt{\frac{S}{N-2}}\ , \tag{12}$$

где

$$S=\Sigma[y_i-\hat{c}_1-(i-1)\hat{c}_2]^2. \tag{13}$$

и подставляют в (11) вместо σ .

2.1.5. Если условие (5) не выполняется, то гарантированные оценки коэффициентов закона (1) вычисляют по формуле

$$c_{\bar{j}}=\hat{c}_j-\gamma\sigma_j,\ j=1,\ 2, \tag{14}$$

где значения γ выбирают из табл. 1 справочного приложения 1 в зависимости от значения доверительной вероятности P, если σ известно, и из табл. 2 справочного приложения 1 в зависимости от P и $k=N-2$, если $\hat{\sigma}$ вычислялось по (12).

Далее переходят к п. 2.1.6.

2.1.5.1. Если выполняется (5) и $P<1$, то значения c_1^-, c_2^- находят по (14) и, вычислив величины

$$y_N^- = y_N - \xi; \tag{15}$$

$$\hat{x}_N = c_1^- + c_2^- \cdot (N-1); \tag{16}$$

$$\hat{c}_1^- = \begin{cases} c_1^-, \text{ если } y_N^- \leqslant \hat{x}_N \\ c_1^- + (y_N^- - \hat{x}_N), \text{ если } y_N^- > \hat{x}_N \end{cases}, \tag{17}$$

переходят к п. 2.1.6.

2.1.5.2. Если выполняется (5) и $P=1$, то значения c_1^-, c_2^- вычисляют по формуле

$$c_j^- = \hat{c}_j - d_j^{(2)}\xi, \; j=1,2, \tag{18}$$

где значения $d_j^{(2)}$ выбирают из табл. 3, а значения y_N^-, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по формулам (15)—(17).

Таблица 3

Коэффициенты уравнений (18), (36)

N	$d_1^{(2)}$	$d_2^{(2)}$	$d_1^{(3)}$	$d_2^{(3)}$	$d_3^{(3)}$
4	1,400	0,800	1,300	3,000	1,000
5	1,400	0,600	1,460	2,290	0,571
6	1,480	0,514	1,500	1,790	0,357
7	1,500	0,429	1,620	1,570	0,238
8	1,500	0,381	1,670	1,370	0,190
9	1,530	0,333	1,680	1,210	0,152
10	1,550	0,303	1,730	1,090	0,121
11	1,550	0,273	1,770	1,010	0,0979
12	1,560	0,252	1,800	0,934	0,0809
13	1,570	0,231	1,840	0,859	0,0699
14	1,570	0,215	1,850	0,790	0,0604
15	1,580	0,200	1,860	0,744	0,0524
16	1,590	0,188	1,880	0,704	0,0455
17	1,590	0,176	1,890	0,664	0,0402
18	1,600	0,167	1,910	0,626	0,0361
19	1,600	0,158	1,930	0,593	0,0324
20	1,600	0,150	1,940	0,564	0,0292

Продолжение табл. 3

N	$d_1^{(2)}$	$d_2^{(2)}$	$d_1^{(3)}$	$d_2^{(3)}$	$d_3^{(3)}$
21	1,610	0,143	1,950	0,540	0,0263
22	1,610	0,137	1,960	0,516	0,0240
23	1,610	0,130	1,960	0,494	0,0220
24	1,610	0,125	1,970	0,475	0,0202
25	1,620	0,120	1,980	0,456	0,0186
26	1,620	0,116	1,990	0,438	0,0171
27	1,620	0,111	2,000	0,422	0,0159
28	1,620	0,107	2,000	0,409	0,0148
29	1,620	0,103	2,000	0,395	0,0138
30	1,620	0,100	2,010	0,382	0,0129

2.1.6. Оценку гарантированной наработки вычисляют по формуле

$$t_P = \frac{\varepsilon - \hat{c}_1^-}{c_2^-} \cdot h + t_0, \tag{19}$$

где h — наработка между последовательными измерениями.

2.1.7. Оценку показателя назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_P(t) = \begin{cases} c_1^- + c_2^- \cdot \dfrac{\tau}{h}, & \text{если } 0 \leqslant \tau \leqslant \tau_N; \\ \hat{c}_1^- + c_2^- \cdot \dfrac{\tau}{h}, & \text{если } \tau_N \leqslant \tau \leqslant t_P - t_0, \end{cases} \tag{20}$$

где $\tau = t - t_0$; $\tau_N = (N-1)h$.

2.2. Случай произвольно отстоящих измерений.

2.2.1. Проводят N измерений y_i, $i = 1, 2, \ldots, N$ контролируемого параметра через произвольные интервалы наработки.

2.2.2. Вычисляют величины

$$\left.\begin{array}{c} v_2 = \Sigma\tau_i y_i; \\ D = N\Sigma\tau_i^2 - (\Sigma\tau_i)^2;\ D_{11} = \dfrac{\Sigma\tau_i^2}{D};\ D_{12} = D_{21} = -\dfrac{\Sigma\tau_i}{D}; \\ D_{22} = \dfrac{N}{D} \end{array}\right\} \tag{21}$$

и величину v_1 по (8).

2.2.3. Вычисляют оценки коэффициентов закона (1) по (14).

2.2.4. При известном σ средние квадратические отклонения оценок вычисляют по (11), в которой

$$b_1^{(2)} = \sqrt{D_{11}}; \qquad b_2^{(2)} = \sqrt{D_{22}}. \tag{22}$$

При неизвестном σ его оценку вычисляют по (12), где

$$S = \Sigma(y_i - \hat{c}_1 - \hat{c}_2\tau_i)^2 \tag{23}$$

и подставляют в (11) вместо σ.

2.2.5. Если (5) не выполняется, то гарантированные оценки коэффициентов закона (1) c_1^-, c_2^- вычисляют по (14), полагают $\hat{c}_1^- = c_1^-$ и переходят к п. 2.2.6.

2.2.5.1. Если выполняется (5) и $P<1$, то значения c_1^-, c_2^-, y_N^- находят соответственно по (14), (15), вычисляют

$$\hat{x}_N = c_1^- + c_2^- \tau_N, \tag{24}$$

и $\hat{c}_1^-$ по (17) и переходят к п. 2.2.6.

2.2.5.2. Если выполняется (5) и $P=1$, то $\tau(1)$, $\tau(2)$ вычисляют по формуле

$$\tau(j) = -\frac{D_{1j}}{D_{2j}}, \; j=1, \; 2, \tag{25}$$

и значения коэффициентов $d_j^{(2)}$, $j=1, 2$ по формуле

$$d_j^{(2)} = \left| \sum_{i \cdot \tau_i < \tau(j)} a_{ij} - \sum_{i\, \tau(j) < \tau_i < \tau_N} a_{ij} \right|, \tag{26}$$

где $a_{i1} = D_{11} + D_{12}\tau_i$, $a_{12} = D_{12} + D_{22}\tau_i$, а запись i: $\tau_i \leqslant \tau(j)$ означает, что суммирование ведется по всем i, для которых $\tau_i \leqslant \tau(j)$.

Затем вычисляют гарантированные оценки коэффициентов закона (1) c_1^-, c_2^- и значения y_N^-, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (18), (15), (24), (17).

2.2.6. Оценку гарантированной наработки t_P вычисляют по формуле

$$t_P = t_0 + \frac{\varepsilon - \hat{c}_1^-}{c_2^-}. \tag{27}$$

2.2.7. Оценку показателя назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_P(t) = \begin{cases} c_1^- + c_2^- \cdot (t - t_0), & \text{если } t_0 \leqslant t < t_N; \\ \hat{c}_1^- + c_2^- \cdot (t - t_0), & \text{если } t_N \leqslant t \leqslant t_P. \end{cases} \tag{28}$$

3. ПРАВИЛА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЯ ПРИ КВАДРАТИЧНОМ ЗАКОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРА НАЗНАЧЕНИЯ

3.1. Случай равноотстоящих измерений.

3.1.1. Проводят N измерений y_i, $i=1, 2, \ldots, N$ контролируемого параметра через одинаковые интервалы наработки k со значения $t_1 = t_0$.

3.1.2. Вычисляют величину

$$v_3 = \Sigma(i-1)^2 y_i. \qquad (29)$$

Величины v_1, v_2 вычисляют соответственно по (8), (9).

3.1.3. Вычисляют оценки коэффициентов закона (2)

$$\hat{c}_j = v_1 D_{1j} + v_2 D_{2j} + v_3 D_{3j}, \quad j=1,\ 2,\ 3, \qquad (30)$$

где D_{11}, $D_{21}=D_{12}$, D_{22}, $D_{23}=D_{32}$, $D_{31}=D_{13}$, D_{33} выбирают из табл. 4.

Таблица 4

Коэффициенты уравнения (30)

N	D_{11}	D_{21}	D_{31}	D_{22}	D_{32}	D_{33}
4	0,95000	—1,049999	0,25000	2,45000	—0,75000	0,25000
5	0,88571	—0,77143	0,14286	1,24286	—0,28581	0,071428
6	0,82143	—0,58928	0,089286	0,72678	—0,13393	0,026786
7	0,76190	—0,46429	0,059524	0,46426	—0,071428	0,011905
8	0,70833	—0,37500	0,041667	0,31548	—0,041667	$0{,}0^{2}59524$
9	0,66061	—0,30909	0,030303	0,22446	—0,025974	$0{,}0^{2}32467$
10	0,61818	—0,25909	0,022727	0,16553	—0,017045	$0{,}0^{2}18939$
11	0,58042	—0,22028	0,017482	0,12564	—0,011655	$0{,}0^{2}11655$
12	0,54670	—0,18956	0,013736	0,097652	$—0{,}0^{2}82418$	$0{,}0^{3}74925$
13	0,51648	—0,16484	0,010989	0,077423	$—0{,}0^{2}59940$	$0{,}0^{3}49950$
14	0,48928	—0,14464	$0{,}0^{2}89286$	0,062431	$—0{,}0^{2}44643$	$0{,}0^{3}34341$
15	0,46471	—0,12794	$0{,}0^{2}73529$	0,051083	$—0{,}0^{2}33937$	$0{,}0^{3}24240$
16	0,44241	—0,11397	$0{,}0^{2}61274$	0.042332	$—0{,}0^{2}26260$	$0{,}0^{3}17507$
17	0,42208	—0,10217	$0{,}0^{2}51600$	0,035475	$—0{,}0^{2}20640$	$0{,}9^{3}12900$
18	0,40351	—0,092105	$0{,}0^{2}43860$	0,030024	$—0{,}0^{2}16447$	$0{,}0^{4}96749$
19	0,38647	—0,083479	$0{,}0^{2}37594$	0,025638	$—0{,}0^{2}13268$	$0{,}0^{4}73714$
20	0.37078	—0,075974	$0{,}0^{2}32468$	0,022066	$—0{,}0^{2}10822$	$0{,}0^{4}56960$
21	0,35630	—0,069452	$0{,}0^{2}28233$	0,019130	$—0{,}0^{3}89156$	$0{,}0^{4}44578$
22	0,34289	—0,063735	$0{,}0^{2}24704$	0,016692	$—0{,}0^{3}74111$	$0{,}0^{4}35291$
23	0,33044	—0,058696	$0{,}0^{2}21739$	0,014653	$—0{,}0^{3}62113$	$0{,}0^{4}28233$
24	0,31884	—0,054231	$0{,}0^{2}19231$	0,012932	$—0{,}0^{3}52448$	$0{,}0^{4}22803$
25	0,30804	—0,050257	$0{,}0^{2}17094$	0,01472	$—0{,}0^{3}44593$	$0{,}0^{4}18581$
26	0.29792	—0,046703	$0{,}0^{2}15262$	0,010223	$—0{,}0^{3}38156$	$0{,}0^{4}15262$
27	0,28845	—0,043514	$0{,}0^{2}13684$	$0{,}0^{2}91491$	$—0{,}0^{3}32841$	$0{,}0^{4}12631$
28	0,27956	—0,040640	$0{,}0^{2}12315$	$0{,}0^{2}82207$	$—0{,}0^{3}28420$	$0{,}0^{4}10526$
29	0,27119	—0,038042	$0{,}0^{2}11123$	$0{,}0^{2}74139$	$—0{,}0^{3}24719$	$0{,}0^{4}88282$
30	0,26331	—0,035685	$0{,}0^{2}10081$	$0{,}0^{2}67093$	$—0{,}0^{3}21601$	$0{,}0^{4}74487$

3.1.4. При известном σ средние квадратические отклонения оценок вычисляют по формуле

$$\sigma_j = \sigma \cdot b_j^{(3)}, \quad j=1,\ 2,\ 3, \qquad (31)$$

где $b^{(3)}$ выбирают из табл. 2.

При неизвестном σ его оценку вычисляют по формуле

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{S}{N-3}}, \qquad (32)$$

где $S=\Sigma[y_i-\hat{c}_1-(i-1)\hat{c}_2-(i-1)^2\hat{c}_3]^2$ (33)

и подставляют в (31) вместо σ.

3.1.5. Если (5) не выполняется, то гарантированные оценки коэффициентов закона (1) вычисляют по формуле

$$c_j^- = \hat{c}_j-\gamma\sigma_j,\ j=1,\ 2,\ 3, \tag{34}$$

в которой значения γ выбирают из табл. 1 справочного приложения 1 в зависимости от значения доверительной вероятности P, если σ известно, и из табл. 2 справочного приложения 1 в зависимости от P и $k=N-3$, если $\hat{\sigma}$ вычислялось по (32). Далее переходят к п. 3.1.6.

3.1.5.1. Если (5) выполняется и $P<1$, то значения y_N^-, c_j^-, $j=1, 2, 3$ соответственно вычисляют по (15), (34)

$$\hat{x}_N=c_1^-+(N-1)c_2^-+c_3^-\cdot(N-1)^2, \tag{35}$$

и $\hat{c}_1^-$ — по (17) и переходят к п. 3.1.6.

3.1.5.2. Если (5) выполняется и $P=1$ то, вычислив значения $c_1^- \div c_3^-$ по формуле

$$c_j^-=\hat{c}_j-d_j^{(3)}\cdot\xi,\ j=1,\ 2,\ 3, \tag{36}$$

где значения коэффициентов, $d_j^{(3)}$ выбирают из табл. 3, вычисляют значения y_N^-, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (15), (35), (17).

3.1.6. Оценку гарантированной наработки вычисляют по формуле

$$t_P=\begin{cases} t_0+h(\alpha+\sqrt{r}), & \text{если } \sqrt{r}>\alpha; \\ t_0+h(\alpha-\sqrt{r}), & \text{если } \sqrt{r}<\alpha; \\ t_0+h\cdot\dfrac{\varepsilon-\hat{c}_1^-}{c_2^-}, & \text{если } r<0, \end{cases} \tag{37}$$

где

$$\alpha=-\frac{c_2^-}{2c_3^-};\qquad \beta=\frac{\hat{c}_1-\varepsilon}{c_3^-};\qquad r=\alpha^2-\beta.$$

3.1.7. Оценку показателя назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_P(t)=\begin{cases} c_1^-+c_2^-\dfrac{\tau}{h}+c_3^-\left(\dfrac{\tau}{h}\right)^2, & \text{если } 0\leqslant\tau<\tau_N; \\ \hat{c}_1^-+c_2^-\dfrac{\tau}{h}+c_3^-\left(\dfrac{\tau}{h}\right)^2, & \text{если } \tau_N\leqslant\tau\leqslant t_P-t_0, \end{cases} \tag{38}$$

где $\tau=t-t_0$, $\tau_N=(i-1)\ N$.

Пример оценки гарантированной наработки и показателя назначения для этого случая приведен в справочном приложении 2.

3.2. Случай произвольно отстоящих измерений.

3.2.1. Проводят N измерений y_i, $i=1, 2, \ldots, N$ контролируемого параметра y_i через произвольные интервалы наработки.

3.2.2. Вычисляют величины

$$v_2=\Sigma\mu_i y_i \tag{39}$$

$$v_3=\Sigma\mu_i^2 y_i, \tag{40}$$

где $\mu_i=\frac{\tau_i}{H}$, $\qquad H\geqslant 0{,}1\tau_N$.

$$\left.\begin{array}{c}
\psi=\Sigma\mu_i; \quad \Phi=\Sigma\mu_i^2; \quad \eta=\Sigma\mu_i^3; \quad \omega=\Sigma\mu_i^4; \\
D_{11}=\Phi\omega-\eta^2; \; D_{22}=N\omega-\Phi^2; \quad D_{33}=N\Phi-\psi^2; \\
D_{12}=D_{21}=-\psi\omega+\Phi\eta; \; D_{32}=D_{23}=\psi\Phi-N\eta; \\
D_{13}=D_{31}=\psi\eta-\Phi^2; \\
D=ND_{11}+\psi D_{12}+\Phi D_{13}.
\end{array}\right\} \tag{41}$$

Величину v_1 вычисляют по (8).

3.2.3. Вычисляют оценки коэффициентов закона (2) по формуле

$$\hat{c}_j=(v_1D_{1j}+v_2D_{2j}+v_3D_{3j})/D, \; j=1, \; 2, \; 3, \tag{42}$$

3.2.4. При известном σ средние квадратические отклонения оценок вычисляют по (31), где

$$b_j^{(3)}=\sqrt{D_{jj}/D}\;, \; j=1, \; 2, \; 3. \tag{43}$$

При неизвестном σ его оценку $\hat{\sigma}$ вычисляют по (32), в которой

$$S=\Sigma(y_i-\hat{c}_1-\mu_i\hat{c}_2-\mu_i^2\hat{c}_3)^2. \tag{44}$$

3.2.5. Если (5) не выполняется, то вычислив гарантированные оценки коэффициентов закона (1) $c_1^-\div c_3^-$ по (34), полагают $\hat{c}_1^-=c_1^-$ и переходят к п. 3.2.6.

3.2.5.1. Если (5) выполняется и $P<1$, вычисляют значения $c_1^-\div c_3^-$, y_N^- соответственно по (34), (15) величину x_N по формуле

$$\hat{x}_N=c_1^-+c_2^-\mu_N+c_3^-\cdot\mu_N^2, \tag{45}$$

величину $\hat{c}_1^-$ — по (17) и переходят к п. 3.2.6.

3.2.5.2. Если (5) выполняется и $P=1$, вычисляют величины

$$\tau_{1,2}(j)=\frac{-D_{2j}\pm\sqrt{D_{2j}^2-4D_{3j}D_{1j}}}{2D_{3j}},\ j=1,\ 2,\ 3 \tag{46}$$

Если при этом

$$\left.\begin{aligned}0<\tau_1(j)<\mu_N;\\ 0<\tau_2(j)<\mu_N\end{aligned}\right\}, \tag{47}$$

оценки коэффициентов $c_1^- - c_3^-$, вычисляют по (36), в которой

$$d_j^{(3)}=\frac{1}{D}\left|\sum_{i:\tau_i<\tau_1(j)} a_{ij}+\sum_{i:\tau_2(j)<\tau_i\leqslant\mu_N} a_{ij}-\sum_{i:\tau_1(j)<\tau_i\leqslant\tau_2(j)} a_{ij}\right|, \tag{48}$$

где для определенности переобозначают $\tau_{1,2}(j)$ так, чтобы

$$\tau_1(j)<\tau_2(j),\ \text{а}\ a_{ij}=D_{1j}+D_{2j}\cdot\mu_i+D_{3j}\cdot\mu_i^2,\ j=1,\ 2,\ 3.$$

Если одно из значений $\tau_1(j)$, $\tau_2(j)$ не удовлетворяет (47), оставшееся значение обозначают через $\tau(j)$ и вычисляют значения $d_j^{(3)}$, $j=1, 2, 3$ по (26), в которой

$$a_{ij}=D_{1j}+D_{2j}\cdot\mu_i+D_{3j}\cdot\mu_i^2.$$

По (36) вычисляют гарантированные оценки коэффициентов закона (2) $c_1^- \div c_3^-$ и значения y_N^-, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (15), (45), (17).

3.2.6. Оценку гарантированной наработки вычисляют по формуле

$$t_p=t_0+\begin{cases}H(\alpha+\sqrt{r}), & \text{если } \sqrt{r}>\alpha;\\ H(\alpha-\sqrt{r}), & \text{если } \sqrt{r}<\alpha;\\ H\cdot\dfrac{\varepsilon-\hat{c}_1^-}{c_2^-}, & \text{если } r\ll 0,\end{cases} \tag{49}$$

где

$$\alpha=-\frac{c_2^-}{2c_3^-};\qquad \beta=\frac{\hat{c}_1^- -\varepsilon}{c_3^-};\qquad r=\alpha^2-\beta.$$

3.2.7. Оценку параметра назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_p(t)=\begin{cases}c_1^-+c_2^-\dfrac{\tau}{H}+c_3^-\left(\dfrac{\tau}{H}\right)^2, & \text{если } 0\leqslant\tau<\tau_N;\\ \hat{c}_1^-+c_2^-\dfrac{\tau}{H}+c_3^-\left(\dfrac{\tau}{H}\right)^2, & \text{если } \tau_N\leqslant\tau\leqslant t_p-t_0,\end{cases} \tag{50}$$

где

$$\tau=t-t_0,\ \tau_N=(t_N-t_0)H.$$

4. ПРАВИЛА ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЯ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ ЗАКОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРА ИЗДЕЛИЯ

4.1. Случай равноотстоящих измерений.

4.1.1. Проводят N измерений контролируемого параметра (4) y_i, $i=1,\ldots,N$, через одинаковые интервалы наработки h со значения $t_1=t_0$.

4.1.2. Вычисляют значения

$$z_i = \ln y_i\,, \quad i=1,\ldots,N. \tag{51}$$

4.1.3. Вычисляют значения v_1, v_2, $\hat{c}_1$, $\hat{c}_2$ соответственно по (8), (9), (10) с заменой y_i на z_i.

4.1.4. Вычисляют оценки средних квадратических отклонений $\hat{c}_1$, $\hat{c}_2$ по формуле

$$\hat{\sigma}_j = b_j^{(2)} \sqrt{\frac{S}{N-2}}\,, \qquad j=1,\ 2, \tag{52}$$

где значения $b_j^{(2)}$ выбирают из табл. 2, а значение S вычисляют по (13), в которую вместо значений y_i подставляют значения z_i.

4.1.5. Если (5) не выполняется, то гарантированные оценки коэффициентов c_1^-, c_2^- вычисляют по (14), где значение γ выбирают из табл. 2 справочного приложения 1 для данного P и $k=N-2$ и переходят к п. 4.1.6.

4.1.5.1. Если (5) выполняется и $P<1$, то вычисляют гарантированные оценки коэффициентов c_1^-, c_2^- по (14) со значением γ из табл. 2 справочного приложения 1 для данного P и $k=N-2$, а величины

$$y_N^- = \ln(y_N - \xi), \tag{53}$$

$\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ находят соответственно по (16), (17) и переходят к п. 4.1.6.

4.1.5.2. Если (5) выполняется и $P=1$, то, вычислив значения c_1^-, c_2^- по формуле

$$c_j^- = \hat{c}_j - d_j^{(2)} \left|\ln\left(1 - \frac{\xi}{y_N - \xi}\right)\right|, \; j=1,\, 2, \tag{54}$$

в которой $d_j^{(2)}$, $j=1$, 2 выбирают из табл. 3. находят y_N^-, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (53), (16), (17).

4.1.6. Оценку гарантированной наработки вычисляют по формуле

$$t_P = t_0 + h \cdot \left(\frac{\ln \varepsilon - \hat{c}_1^-}{c_2^-} \right).$$

4.1.7. Оценку показателя назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_P(t)=\begin{cases} \exp(c_1^- + c_2^- \cdot \frac{\tau}{h}), & \text{если } 0 \leqslant \tau \leqslant \tau_N; \\ \exp(\hat{c}_1^- + c_2^- \cdot \frac{\tau}{h}), & \text{если } \tau_N \leqslant \tau < t_P - t_0, \end{cases}$$

где $\tau = t - t_0$; $\tau_N = (N-1) \cdot h$.

4.2. Случай произвольно расположенных измерений

4.2.1. Проводят N измерений контролируемого параметра (4) y_i, $i=1, \ldots, N$, через произвольные интервалы наработки.

4.2.2. Вычисляют значения z_i, $i=1, \ldots, N$ по формуле (51).

4.2.3. Находят значения v_1, v_2, $\hat{c}_1$, $\hat{c}_2$ соответственно по (8), (21), (10) с заменой y_i на z_i.

4.2.4. Вычисляют оценки средних квадратических отклонений $\hat{c}_1$, $\hat{c}_2$ по (52), где значения $b_j^{(2)}$, $j=1, 2$ вычисляют согласно (22), а значение S находят по (23), в которую вместо y_i подставляют z_i.

4.2.5. Если (5) не выполняется, то гарантированные оценки коэффициентов c_1^-, c_2^- вычисляют по (34), где γ выбирают из табл. 2 справочного приложения 1 для данного P и $k=N-2$, и переходят к п. 4.2.6.

4.2.5.1. Если (5) выполняется и $P<1$, вычисляют c_1^-, c_2^- по (34) со значением γ из табл. 2 справочного приложения 1, величины $y_{\bar{N}}$, $\hat{x}_N$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (53), (24), (17), и переходят к п. 4.2.6.

4.2.5.2. Если (5) выполняется и $P=1$, то вычисляют c_1^-, c_2^- по (54), где $d_1^{(2)}$, $d_2^{(2)}$ соответственно вычисляют по (25), (26), а $y_{\bar{N}}$, $x_{\bar{N}}$, $\hat{c}_1^-$ соответственно по (53), (24), (17).

4.2.6. Оценку гарантированной наработки вычисляют по формуле

$$t_P = t_0 + \frac{\ln \varepsilon - \hat{c}_1^-}{c_2^-}. \tag{55}$$

4.2.7. Оценку показателя назначения вычисляют по формуле

$$\hat{x}_P(t)=\begin{cases} \exp[c_1^- + c_2^- \cdot (t - t_0)], & \text{если } t_0 \leqslant t < t_N, \\ \exp[\hat{c}_1^- + c_2^- \cdot (t - t_0)], & \text{если } t_N \leqslant t \leqslant t_P. \end{cases} \tag{56}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 1
Справочное

Таблица 1

Значения γ для оценки коэффициентов законов (1), (2), (3) при известном значении σ

P	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99
γ	0	0,253	0,524	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326

Таблица 2

Значения γ для оценки коэффициентов законов (1), (2), (3) при неизвестном σ

к	P									
	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,975	0,99
4	0,000	0,271	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747
5	0,000	0,267	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365
6	0,000	0,265	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143
7	0,000	0,163	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998
8	0,000	0,262	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896
9	0,000	0,261	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821
10	0,000	0,260	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764
11	0,000	0,260	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718
12	0,000	0,259	0,539	0,696	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681
13	0,000	0,259	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650
14	0,000	0,258	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624
15	0,000	0,258	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602
16	0,000	0,258	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,584
17	0,000	0,257	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567
18	0,000	0,257	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552
19	0,000	0,257	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,540
20	0,000	0,257	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528
21	0,000	0,257	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518
22	0,000	0,256	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508
23	0,000	0,256	0,532	0,685	0,858	1,060	1,320	1,714	2,069	2,500
24	0,000	0,256	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492
25	0,000	0,256	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485
26	0,000	0,256	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479
27	0,000	0,256	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473
28	0,000	0,256	0,530	0,683	0,855	1,056	1,312	1,701	2,048	2,467
29	0,000	0,256	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462
30	0,000	0,256	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПРАВИЛ СТАНДАРТА

Пример 1

Контролируемый параметр изделия y_i в процессе испытаний измерялся 11 раз ($N=11$) через одинаковые интервалы наработки $h=30$ ч при $t_1=t_0=0$. Результаты измерений приведены в таблице.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_i	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
y_i	1,49	1,50	1,48	1,47	1,45	1,38	1,39	1,39	1,37	1,38	1,30

Известно, что изменение показателя назначения подчиняется закону (2) в котором $m=3$, среднее квадратическое отклонение случайной составляющей контролируемого параметра y равно $\sigma=0{,}02$, а случайная составляющая ограничена по модулю значением $\xi=0{,}06$. Необходимо вычислить оценки гарантированной наработки $t_{0,9}$; $t_{1,0}$ (при условии, что предельное значение параметра назначения $\varepsilon=0{,}75$) и оценки показателя назначения.

Вычисляют значения v_1, v_2, v_3 соответственно по (8), (9) и (29):

$$v_1=15{,}600;\ v_2=75{,}932;\ v_3=525{,}067.$$

Из табл. 4 настоящего стандарта для $N=11$ находят значения

$D_{11}=0{,}58042$; $D_{21}=-0{,}22028$; $D_{22}=0{,}12564$;

$D_{31}=0{,}017482$; $D_{32}=-0{,}011655$; $D_{33}=0{,}0^211655=0{,}0011655$.

Вычисляют оценки коэффициентов по (30)

$$\hat{c}_1=15{,}60\times0{,}58042-75{,}932\times0{,}22028+525{,}067\times0{,}017482=1{,}495;$$

$$\hat{c}_2=-15{,}60\times0{,}22028+75{,}932\times0{,}12564-525{,}067\times0{,}011655=-0{,}0142;$$

$$\hat{c}_3=15{,}60\times0{,}017482-75{,}932\times0{,}011655+525{,}067\times0{,}0011655=-0{,}000443.$$

Из табл. 2 настоящего стандарта для $m=3$ и $N=11$ находят:

$$b_1^{(3)}=0{,}762;\ b_2^{(3)}=0{,}355;\ b_3^{(3)}=0{,}0341.$$

По (31) вычисляют значения средних квадратических оценок

$$\sigma_1=0{,}0152;\ \sigma_2=0{,}00710;\ \sigma_3=0{,}000682.$$

Гарантированные оценки коэффициентов c_1^- — c_3^- с $P=0{,}9$ вычисляют по (34) при $\gamma=1{,}281$ (табл. 1 справочного приложения 1 для $P=0{,}9$)

$$c_1^-=1{,}495-1{,}281\cdot0{,}0152=1{,}48;$$

$$c_2^-=-0{,}0142-1{,}281\cdot0{,}00710=-0{,}0233;$$

$$c_3^-=-0.000443-1{,}281\cdot0{,}000682=-0{,}00132.$$

Вычислив y_{11} по (15)

$$y_{11}=1{,}30-0{,}06=1{,}24$$

и $\hat{x}_{11}$ по (35)

$$\hat{x}_{11}=1,48-0,0233\cdot(11-1)-0,00132(11-1)^2=1,15$$

находят $\hat{c}_1^-$ по (17)

$$\hat{c}_1^-=c_1^-+(y_{11}^--\hat{x}_{11})=1,48+(1,24-1,15)=1,57.$$

Вычислив коэффициенты α, β, $\sqrt{r}$, по (37)

$$\alpha=-\frac{c_2^-}{2c_3^-}=\frac{-0.0233}{-0,00132\cdot 2}=-8,82;$$

$$\beta=\frac{\hat{c}_1^--\varepsilon}{c_3^-}=\frac{1.57-0.75}{-0,00132}=-621,2;$$

$$\sqrt{r}=\sqrt{\alpha^2-\beta}=\sqrt{699}=26,45,$$

по (37) находят оценку гарантированной наработки

$$t_{0,9}=0+(-8,82+26,45)\times 30=529\ \text{ч}.$$

Для вычисления t_P с $P=1$ находят оценки коэффициентов c_j^-, $j=1, 2, 3$ по (36), где значения $d_1^{(3)}\div d_3^{(3)}$ взяты из табл. 3 настоящего стандарта

$$c_1^-=1,480-1,77\cdot 0,06=1,37;$$

$$c_2^-=-0,0142-1,06\cdot 0,06=-0,0748;$$

$$c_3^-=-0,000443-0,0979\cdot 0,06=-0,006313.$$

Вычисляют $\hat{x}_{11}$ по (35)

$$\hat{x}_{11}=1,37-0,0748(11-1)-0,006313(11-1)^2=0,010$$

и находят $\hat{c}_1^-$ по (17)

$$\hat{c}_1^-=1,37+(1,3-0,01)=2,66.$$

По (37) находят $\alpha=-5,92$; $\beta=302,55$; $r=337,60$ и вычисляют оценку гарантированной наработки $t_{1,0}$:

$$t_{1,0}=(-5,92+18,35)\times 30=373\ \text{ч}.$$

По (38) вычисляют оценки показателей назначения

$$\hat{x}_{0,9}(t),\qquad \hat{x}_{1,0}(t)\ \text{для}\ t=350:$$

$$\hat{x}_{0,9}(350)=1,571-0,0233\cdot\frac{350}{30}-0,00132\left(\frac{350}{30}\right)^2=1,151;$$

$$\hat{x}_{1,0}(350)=2,66-0,0748\cdot\frac{350}{30}-0,0063\left(\frac{350}{30}\right)^2=0,93.$$

Пример 2

Значения контролируемого параметра изделия процесса испытаний измерялись 11 раз (согласно (6) $N=11$). Получены следующие результаты.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_i	30	60	120	180	210	240	300	330	420	450	510
y_i	1,49	1,54	1,56	1,60	1,64	1,63	1,67	1,72	1,76	1,82	1,83

Известно, что изменение основного параметра подчиняется закону (2) при $t_0=0$ и среднее квадратическое отклонение случайной составляющей $\sigma=0{,}01$, а ее значение по модулю ограничено величиной $\xi=0{,}02$.
Необходимо вычислить оценки гарантированной наработки $t_{0,99}$; $t_{1,0}$ (при условии, что предельное значение параметра назначения $\varepsilon=0{,}75$) и оценки показателя назначения $\widehat{x}_{0,99}(t)$, $\widehat{x}_{1,0}(t)$.

Данные измерений приводят к форме с монотонно уменьшающимися параметрами по (7) и принимая $H=100$, получают следующую таблицу ($\mu=\frac{t}{H}$):

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
μ_i	0,3	0,60	1,20	1,80	2,10	2,40	3,00	3,30	4,20	4,50	5,10
y_i	1,51	1,46	1,44	1,40	1,36	1,37	1,33	1,28	1,24	1,18	1,17

Полагают $\varepsilon=0$.

Вычисляют значения v_1, v_2, v_3 соответственно по (8), (39), (40).

$$v_1=15{,}52;\quad v_2=39{,}25;\quad v_3=134{,}800.$$

Пользуясь (41) вычисляют значения:

$$\psi=\sum_{i=1}^{11}\mu_i=28{,}500;\qquad \Phi=\sum_{i=1}^{11}\mu_i^2=99{,}090;$$

$$\eta=\sum_{i=1}^{11}\mu_i^3=391{,}689;\qquad \omega=\sum_{i=1}^{11}\mu_i^4=1662{,}677.$$

Находят коэффициенты (41)

$$D_{11}=11334{,}500;\quad D_{12}=D_{21}=-8573{,}848;$$

$$D_{13}=D_{31}=1344{,}309;\quad D_{22}=8470{,}629;\quad D_{32}=D_{23}=-1484{,}513;$$

$$D_{33}=277{,}740;\quad D=13528{,}668$$

и, подставив их в (42) при $j=1, 2, 3$,
вычисляют оценки коэффициентов закона (2).

$$\hat{c}_1=1,524; \quad \hat{c}_2=-0,0535; \quad \hat{c}_3=0,00285.$$

Вычисляют по (43) коэффициенты

$$b_1^{(3)}=\sqrt{\frac{D_{11}}{D}}=0,915; \quad b_2^{(3)}=\sqrt{\frac{D_{22}}{D}}=0,791; \quad b_3^{(3)}=\sqrt{\frac{D_{33}}{D}}=0,143,$$

а по формуле (31) средние квадратические отклонения оценок коэффициентов закона (2)

$$\sigma_1=0,01\cdot 0,915=0,00915, \quad \sigma_2=0,00791, \quad \sigma_3=0,00143.$$

Вычисляют гарантированные оценки коэффициентов закона (2) по (34) при $\gamma=2,326$ (табл. 1 справочного приложения 1 для $P=0,99$)

$$c_1^-=1,524-2,326\cdot 0,00915=1,502;$$

$$c_2^-=-0,0535-2,326\cdot 0,00791=-0,0721;$$

$$c_3^-=0,0028-2,326\cdot 0,00143=-0,00052.$$

Вычисляют $y_{\bar{N}}$, $\hat{x}_{\bar{N}}$ по (15), (45)

$$y_{\bar{11}}=1,17-0,02=1,15;$$

$$\hat{x}_{11}=1,502-0,0721\cdot 5,1-0,00052\cdot 26,01=1,12.$$

Так как $\hat{x}_{11}<y_{\bar{11}}$, то согласно (17) принимают

$$\hat{c}_1^-=1,502-(1,15-1,12)=1,532.$$

Находят по (49)

$$\alpha=-\frac{c_2^-}{2c_3^-}=-\frac{-0,0721}{2(-0,00052)}=-69,3; \qquad \beta=\frac{1,532}{-0,00052}=-2950,$$

$r=\sqrt{\alpha^2-\beta}=\sqrt{7752,5}=88$, в результате

$$t_{0,99}=0+(-69,3+88)\times 100=1870 \text{ ч}.$$

Для вычисления оценки показателя качества с $P=1$ вычисляют величину $\tau_{1,2}(j)$ по (46)

$$\tau_{1,2}(1)=\frac{-D_{21}\pm\sqrt{D_{21}^2-4D_{31}D_{11}}}{2D_{31}}=\frac{8573,85\pm\sqrt{(8573,85)^2-4\cdot 1344,31\cdot 11334,5}}{2\cdot 1344,31};$$

$$\tau_1(1)=1,88;$$

$$\tau_2(2)=4,52.$$

Аналогично, по (46) вычисляем

$$\tau_1(2)=1,31; \qquad \tau_2(2)=4,39;$$

$$\tau_1(3)=1,16; \qquad \tau_2(3)=4,19.$$

Вычисляют $d_j^{(3)}$, $j=1, 2, 3$ по (48), так как для всех $\tau_{1,2}(j)$ выполняется условие (47), в котором $\mu_N=5,1$.

$$d_1^{(3)}=\frac{1}{D}\left|\sum_{i=1}^{3} a_{i1}-\sum_{i=4}^{10} a_{i1}+a_{11,1}\right|=\frac{1}{D}\left|(D_{11}+D_{21}\mu_1+D_{31}\mu_1^2)+\ldots\right.$$

$$\left.\ldots+(D_{11}+D_{21}\mu_{11}+D_{31}\mu_{11}^2)\right|=2,3;$$

$$d_2^{(3)}=\frac{1}{D}\left|\sum_{i=1}^{3} a_{i2}-\sum_{i=4}^{9} a_{i2}+\sum_{i=10}^{11} a_{i2}\right|=2,3;$$

$$d_3^{(3)}=\frac{1}{D}\left|\sum_{i=1}^{2} a_{i3}-\sum_{i=3}^{8} a_{i3}+\sum_{i=9}^{11} a_{i3}\right|=0,42.$$

По (36) вычисляют гарантированные значения c_1^- — c_3^- и величину $\widehat{x}_{11}$ по (45)

$$c_1^-=1,524-2,30\cdot 0,02=1,43;$$

$$c_2^-=-0,0535-2,3\cdot 0,02=-0,0995;$$

$$c_3^-=0,0028-0,42\cdot 0,02=-0,0056;$$

$$\hat{x}_{11}=1,48-0,0995\cdot 5,1-0,0056\cdot 26,01=0,844.$$

Так как $y_{11}^-=1,14>\widehat{x}_{11}=0,844$, то коэффициент $\widehat{c}_1^-$ вычисляют по (17)

$$c_1=1.48+(1,15+0,84)=1,786.$$

По (49) вычисляют оценку гарантированной наработки при $P=1$:

$$t_{1,0}=0+\left(-\frac{0,0995}{2\cdot 0,0056}+\sqrt{\left(\frac{0,0995}{2\cdot 0,0560}\right)^2-\frac{1,786}{-0,0056}}\right)\times 100=1090 \text{ ч}.$$

По (50) вычисляют оценки показателя назначения

$$\hat{x}_{0,99}(t);\qquad \hat{x}_{1,0}(t) \text{ для } t=1000 \text{ ч}.$$

$$\hat{x}_{0,99}(t)=1,532-0,0721\cdot 10-0,00052\cdot 100=0,76;$$

$$\hat{x}_{1,0}(t)=1,786-0,0925\cdot 10-0,0056\cdot 100=0,23.$$

Пример 3

Значения контролируемого параметра y_i в процессе испытаний измерялись 12 раз ($N=12$).

Результаты измерений приведены в таблице:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
t_i	0	40	90	120	160	190	210	250	290	320	380	400
y_i	1,18	1,19	1,12	1,05	1,06	1,02	0,957	0,928	0,914	0,873	0,839	0,824

Известно, что изменение показателя назначения подчиняется закону (3), а случайная составляющая ограничена по модулю значением $\xi=0,04$.

Необходимо вычислить оценки гарантированной наработки $t_{0,95}, t_{1,0}$ и оценки показателя назначения $\hat{x}_{0,95}(t)$, $\hat{x}_{1,0}(t)$ для $t=575$ при условии, что предельное значение параметра назначения $\varepsilon=0,6$.

По (51) вычисляют z_i, значения представлены в следующей таблице:

i	1	2	3	4	5	6
z_i	0,17	0,171	0,112	0,0492	0,0578	0,0183

Продолжение

i	7	8	9	10	11	12
z_i	—0,0436	—0,0751	—0,0894	—0,136	—0,176	—0,194

Полученные значения z_i используют для вычисления соответствующих значений v_1, v_2 соответственно по (8), (21)

$$v_1=\sum_{i=1}^{i=12} z_i=-0,135 \qquad v_2=\sum_{i=1}^{i=12} z_i\tau_i=-206.$$

По (21) вычисляют значения

$$D=N\sum_{i=1}^{12}\tau_i^2-\left(\sum_{i=1}^{12}\tau_i\right)^2=0,22\cdot 10^7;$$

$$D_{11}=\sum_{i=1}^{12}\tau_i^2/D=0,311;$$

$$D_{12}=D_{21}=-\sum_{i=1}^{12}\tau_i/D=-0,00112;$$

$$D_{22}=N/D=0,00000546$$

и, по (10), соответствующие значения $\hat{c}_1$, $\hat{c}_2$

$$\hat{c}_1=v_1D_{11}+v_2D_{21}=0,188;$$

$$\hat{c}_2=v_1D_{12}+v_2D_{22}=-0,000975.$$

По (23) с заменой y_i на z_i вычисляют S.

$$S=\sum_{i=1}^{12}(z_i-0,188+0,000975\tau_i)^2=0,00376.$$

Для $P=0,95$ и $\kappa=N-2=12-2=10$ по табл. 2 справочного приложения 1 находят $\gamma=0,812$.

Для вычисления c_1^-, c_2^- по (22), (52) находят

$$b_1^{(2)}=\sqrt{D_{11}}=\sqrt{0,311}=0,558;$$

$$b_2^{(2)}=\sqrt{D_{22}}=\sqrt{0,00000546}=0,00234;$$

$$\hat{\sigma}_1=0,558\sqrt{\frac{0,00376}{12-2}}=0,0108;$$

$$\hat{\sigma}_2=0,00234\sqrt{\frac{0,00376}{12-2}}=0,0000453.$$

По (54) вычисляют

$$c_1^-=0,188-1,812\cdot 0,0108=0,168;$$

$$c_2^-=-0,000975-1,812\cdot 0,0000453=-0,00106,$$

а по (53), (24), (17)
соответственно:

$$y_{12}^-=\ln(y_{12}-\xi)=\ln(0,824-0,04)=-0,244;$$

$$\hat{x}_{12}=0,168-0,00106\cdot 400=-0,255;$$

$$\hat{c}_1^-=0,168+(-0,244-(-0,255))=0,179.$$

Вычисляют оценку гарантированной наработки с $P=0,95$ по (55)

$$t_{0,95}=0+\frac{\ln 0,6-0,179}{-0,00106}=653 \text{ ч}.$$

Оценку показателя назначения $\widehat{x}_{0,95}$ (550) вычисляют по (56):

$$\hat{x}_{0,95}(550)=\exp(0,179-0,00106\cdot 550)=0,668.$$

Для вычисления соответствующих оценок с $P=1$ пользуются п. 4.2.5.2. Вычисляют τ (1), τ (2) по (25):

$$\tau(1)=-\frac{D_{11}}{D_{12}}=-\frac{0,311}{(-0,00112)}=279;$$

$$\tau(2)=-\frac{D_{12}}{D_{22}}=-\frac{(-0,00112)}{0,00000546}=204$$

и значения $d_1^{(2)}$, $d_2^{(2)}$ по (26)

$$d_1^{(2)}=\Big|\sum_{i:\tau_i<279}(D_{11}+D_{12}\tau_i)-\sum_{i:279<\tau_i<400}(D_{11}+D_{12}\tau_i)\Big|=1,61;$$

$$d_2^{(2)}=\Big|\sum_{i:\tau_i<204}(D_{12}+D_{22}\tau_i)-\sum_{i:204<\tau_i<400}(D_{12}+D_{22}\tau_i)\Big|=0,00683.$$

По (54) вычисляют

$$c_1^-=0,168-1,61\cdot\ln\Big|\Big(1-\frac{0,04}{(0,824-0,04)}\Big)\Big|=0,0875;$$

$$c_2^-=-0,00106-0,00683\cdot\ln\Big|1-\frac{0,04}{0,824-0,04}\Big|=-0,0014.$$

По (24), (17) вычисляют

$$\hat{x}_{12}=0,00875-0,00140\cdot 400=-0,473;$$

$$\hat{c}_1^- =0,875+[-0,244-(-0,473)]=0,316.$$

Оценку гарантированной наработки $t_{1,0}$ вычисляют по (55)

$$t_{1,0}=0+\frac{\ln(0,6)-0,316}{-0,00140}=590 \text{ ч}.$$

Оценку показателя назначения $\hat{x}_{1,0}$ (550) вычисляют по (56):

$$\hat{x}_{1,0}(550)=\exp(0,316-0,0014\cdot 550)=0,635.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Справочное

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ СТАНДАРТА

Теоретической основой стандарта является оценка соответствующих показателей на основе общеизвестного метода наименьших квадратов, при котором оценки параметров закона изменения рабочего параметра ищут в виде m-мерного вектора $\hat{c}$ минимизирующего, при фиксированном числе измерений N, функционал вида

$$I(\hat{c})=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}[y_i-\hat{x}(\hat{c},\ t_i)]^2,$$

где

$$\hat{x}(\hat{c},t_i)=\hat{c}_1+\sum_{j=2}^{m}(t_i-t_0)^{j-1}\cdot\hat{c}_j.$$

К этому же случаю сводится и рассмотренный в настоящем стандарте экспоненциальный закон изменения рабочего параметра.

После вычисления $\hat{c}$, на основе метода доверительных интервалов (см. например Крамер Г. Математические методы статистики. М., «Мир», 1975) выбираются (с заданной надежностью P), наихудшие в смысле оценки качества, значения коэффициентов и, на основе полученного m-мерного вектора c^- — вычисляют оценки показателя назначения и гарантированной наработки.

Формулы (10), (21), (39), (41) легко устанавливаются на основе общеизвестных формул для решения системы из m линейных уравнений с m неизвестными, а вывод формул (22), (43), (см. например, Агекян Т. А. Основы теории ошибок М., «Наука», 1972).

Верхние значения доверительных интервалов, приведенные в табл. 1 и 2 справочного приложения 1, соответствуют распределениям Гаусса и Стьюдента соответственно.

В п. 1.6 настоящего стандарта отсутствуют требования к нормальности случайной составляющей ξ_i. В связи с этим необходимо дополнительное обоснование применимости таблиц 1 и 2 справочного приложения 1.

Случайная величина $\varphi_j=(\hat{c}_j-c_j)\cdot\sigma_j^{-1}$ с учетом (9) и (24) может быть приведена к виду

$$\varphi_j=\frac{\Sigma a_{ij}\cdot\xi_i}{\sigma_j},\quad j=1,\ldots,m.$$

Пусть величина σ_j известна. Тогда в силу (5), (6) и центральной предельной теоремы случайная величина распределена асимптотически нормально — N (0,1).

Этот факт позволяет использовать табл. 1 справочного приложения 1, в которой γ находится из условия

$$P-\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\gamma}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=0$$

для тех случаев, когда среднее квадратическое отклонение случайной составляющей известно.

Рассмотрим теперь случайную величину

$$\hat{\varphi}_j=\frac{\hat{c}_j-c_j}{\hat{\sigma}_j}=\frac{\hat{c}_j-c_j}{b_j\sqrt{\frac{1}{N-m}\Sigma S_i^2}}=\frac{\hat{c}_j-c_j}{b_j\sigma}\,\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sigma^2}\,\frac{1}{N-m}\Sigma S_i^2}}=$$

$$=\frac{\varphi_j}{\sqrt{\frac{1}{\sigma^2}\,\frac{1}{N-m}\Sigma S_i^2}}$$

Можно убедиться, что i-ая составляющая остаточной ошибки оценивания равна

$$S_i=\sum_{j=1}^{m}\Delta\hat{c}_j\tau_i^{j-1}+\xi_i,$$

где $\Delta\hat{c}_j=\hat{c}_j-c_j$.

Моделирование на ЭВМ позволяет убедиться, что даже при равномерно распределенной случайной составляющей ξ_i с достаточной для практики точности величина S_i может считаться распределенной по нормальному закону. Но тогда величина

$$\sqrt{\frac{1}{\sigma^2}\,\frac{1}{N-m}\Sigma S_i^2}$$

распределена по закону $\frac{1}{\sqrt{N-m}}\chi$ с $N-m$ степенями свободы и, следовательно $\hat{\varphi}_j$ распределена по закону Стьюдента с $\kappa=N-m$ степенями свободы.

Для того, чтобы оценка гарантированной наработки t_p удовлетворяла требованию настоящего стандарта необходимо, чтобы выполнялось условие

$$r\{\,t_P(\hat{c}_1,\ldots,\hat{c}_m,\varepsilon)\leqslant t(\varepsilon)\}\geqslant P, \tag{57}$$

где r — заданный уровень доверительной вероятности.

Будем принимать гарантированные оценки коэффициентов c_j^-, $j=1,\ldots,m$ в виде

$$c_j^- = \hat{c}_j - \Delta c_j,\ \Delta c_j \geqslant 0,$$

выбирая Δc_j таким образом, чтобы

$$r\left\{c_j^- \leqslant c_j\right\} = P \qquad (58)$$

при условии, что $\hat{c}_j$ — оценки метода наименьших квадратов. Тогда, используя зависимость оценок $\hat{c}_j$, можно убедиться, что (57) выполняется, если гарантированные оценки коэффициентов c_j^- вычисляются так, что

$$\Delta c_j = \begin{cases} \gamma\sigma_j, & \text{если } P<1; \\ d_j^{(m)}\xi, & \text{если } P=1. \end{cases}$$

В случае, когда на ξ_i наложено ограничение (5) можно установить гарантированную наработку с $P=1$.

Действительно

$$\hat{c}_j = c_j + \sum_{i=1}^{N} a_{ij}\xi_i, \qquad (59)$$

где $a_{ij} = \sum_{k=1}^{m} d_{kj}\,\tau_i^{k-1}$, а d_{kj}, $k=1,\ldots,m$ есть частные от деления соответствующих алгебраических дополнений матрицы B из уравнения $y=B\hat{c}$ на ее определитель.

С другой стороны легко убедиться, что вектор $\xi_j^*(N)=(\xi_1^*,\ldots,\xi_N^*)$, максимизирующий функционал

имеет следующий вид $|\hat{c}_j - c_i| = \sum_{i=1}^{N} a_{ij}\,\xi_i$

$$\xi_i^* = \begin{cases} \xi, & \text{если } a_{ij}\geqslant 0; \\ -\xi, & \text{если } a_{ij}<0. \end{cases}$$

Использование этого выражения в случае равноотстоящих измерений позволяет рассчитывать значения коэффициентов $d_j^{(m)}$, $j=1,\ldots,m$ приведенные в табл. 3 настоящего стандарта, а в случае неравноотстоящих измерений получить использованные в стандарте формулы (18), (26), (36), (46)—(48).

Представление оценок коэффициентов $\hat{c}_1\ \hat{c}_2$ в виде (59) при экспоненциальном законе изменения параметра назначения возможно, если воспользоваться разложением вида

$$v_1 = \sum_{i=1}^{N} \ln(x_i+\xi_i) = \sum_{i=1}^{N} [\ln x_i + \psi_i(x_i,\xi_i)].$$

Тогда простые преобразования позволяют получить неравенство

$$|\psi_i(x_i,\xi_i)| < |\ln\left(1-\frac{\xi}{y_N-\xi}\right)$$

и воспользоваться им для образования (58).

Обоснуем допустимость применения (17) для улучшения оценок.

Пусть имеет место условие

$$\hat{x}_N = \sum_{j=1}^{m} c_j^- \tau_N^{j-1} \leqslant y_N - \xi.$$

Тогда с вероятностью не меньшей, чем P

$$t_p(\varepsilon, c_1^-, \ldots, c_m^-) < t(\varepsilon).$$

Найдем уточненное значение $\hat{c}_1^-$ из условия

$$\hat{c}_1^- + \sum_{j=2}^{m} c_j \tau_N^{j-1} = y_N - \xi.$$

Тогда очевидно, что

$$t_P(\varepsilon, c_1^-, \ldots, c_m^-) < t_P(\varepsilon, \hat{c}_1^-, c_2^-, \ldots, c_m^-) \leqslant t(\varepsilon),$$

причем левая часть неравенства в строке удовлетворяет (57).

Для обоснования (36), (48) воспользуемся тем, что для вычисления t_P при законе (2) необходимо решить уравнение

$$t_P^2 + \frac{c_2^-}{c_3^-} t_P + \frac{c_1^- - \varepsilon}{c_3^-} = 0 \tag{60}$$

с дополнительным условием

$$0 < t_P \leqslant t(\varepsilon). \tag{61}$$

Из монотонности $x(t)$ при конечных t следует, что в (2) $c_3 < 0$(Здесь и далее рассматривается случай убывающего $x(t)$.

Пусть теперь $c_3^- < 0$; $c_2^- < 0$. Тогда, с учетом $c_1^- > \varepsilon$:

$$\alpha = -\frac{c_2^-}{2c_3^-} < 0; \qquad \beta = \frac{c_1^- - \varepsilon}{c_3^-} < 0$$

и единственным допустимым решением для (60), (61) является решение

$$t_P = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \beta} \tag{62}$$

так как $\sqrt{\alpha^2 - \beta} > |\alpha|$.

Пусть теперь $c_3^- < 0$, $c_2^- > 0$. Тогда $\alpha > 0$, $\beta < 0$; $\sqrt{\alpha^2 - \beta} > \alpha$ и снова решение (62) является единственно допустимым.

Пусть теперь $c_3^- > 0$. Тогда возможны два случая.

Случай 1. $c_2^- < 0$, $\beta > \alpha^2$.

Система (60), (61) не имеет вещественного решения, так как оба корня квадратного уравнения в этом случае комплексны. В этом случае оценку можно искать, положив $c_3^- = 0$ по формуле для $m = 2$

$$t_P = \frac{\varepsilon - c_1^-}{c_2^-}.$$

Случай 2. $c_2^- < 0$, $0 \leqslant \beta \leqslant \alpha^2$.

В этом случае $\sqrt{\alpha^2 - \beta} = k\alpha$, где $0 \leqslant k \leqslant 1$; $\alpha > 0$ и из условия $\min(\alpha \pm \pm k\alpha) \leqslant t_P$ следует целесообразность вычисления по формуле

$$t_P = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \beta}.$$

Редактор *С. И. Бобарыкин*
Технический редактор *Л. Б. Семенова*
Корректор *М. Н. Онопченко*

Сдано в набор 12.02.80 Подп. в печ. 01.04.80 1,75 п. л. 1,55 уч.-изд. л. Тир. 20000 Цена 10 коп.

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов, 123557, Москва, Новопресненский пер., 3
Калужская типография стандартов, ул. Московская, 256. Зак. 485