ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

ОБРАБОТКА ЗНАЧЕНИЙ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

ГОСТ 23554.2–81

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ
Москва

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ

ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

ОБРАБОТКА ЗНАЧЕНИЙ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

ГОСТ 23554.2—81

Издание официальное

МОСКВА — 1982

РАЗРАБОТАН Государственным комитетом СССР по стандартам

ИСПОЛНИТЕЛИ

Э. П. Райхман, канд. техн. наук; **Ю. Н. Тюрин**, канд. физ.-мат. наук; **Р. М. Хвастунов**, канд. биол. наук; **Д. С. Шмерлинг**; **А. И. Аристов**, канд. техн. наук; **А. М. Бендерский**, канд. техн. наук; **И. С. Вартазаров**, канд. техн. наук; **Л. А. Грабовская**; **В. В. Долгошеин**; **Л. И. Ерошкина**; **М. Ф. Качалова**, канд. техн. наук; **Б. В. Осипов**; **Г. А. Потемкин**, канд. техн. наук; **Г. И. Симкина**

ВНЕСЕН Государственным комитетом СССР по стандартам

Член Госстандарта **М. А. Довбенко**

УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ ПОСТАНОВЛЕНИЕМ Государственного комитета СССР по стандартам от 30 сентября 1981 г. № 2079

УДК 658.562.014 : 006.354 Группа Т51

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

Система управления качеством продукции

ЭКСПЕРТНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОМЫШЛЕННОЙ ПРОДУКЦИИ

Обработка значений экспертных оценок качества продукции

Product Quality Control System. Expert Methods for Assessment of Industrial Product Quality. Value Processing for Expert Assessment of Product Quality

ГОСТ 23554.2—81

Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 30 сентября 1981 г. № 2079 срок введения установлен

с 01.01. 1983 г.

Настоящий стандарт устанавливает методы математической обработки (далее — обработки), используемые при экспертной оценке качества продукции производственно-технического назначения и товаров народного потребления массового, серийного и индивидуального производства на стадиях разработки, изготовления, обращения и эксплуатации (потребления).

Область применения и основные положения экспертных методов оценки качества продукции, правила организации и проведения основных операций при экспертной оценке качества продукции — по ГОСТ 23554.0—79 и ГОСТ 23554.1—79.

Отраслевые стандарты или методические указания и методики по использованию методов обработки значений экспертных оценок качества продукции с учетом специфики этой продукции разрабатываются на основе настоящего стандарта.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Операции обработки значений экспертных оценок выполняет рабочая группа при проведении опроса экспертов и на заключительном этапе экспертной оценки качества продукции. При этом могут быть использованы значения экспертных оценок следующих видов:

классификации;

ранжировки;

значения оценок, полученные с применением процедуры парных сравнений;

баллы.

2 Зак. 1657

Схема последовательности действий при обработке значений экспертных оценок качества продукции приведена в справочном приложении 1.

По схеме выбирают операции обработки, которые соответствуют характеру решаемой задачи оценки качества.

1.2. При разработке отраслевых методических документов по экспертным методам оценки качества продукции допускается использовать другие виды и операции обработки значений экспертных оценок, если они отвечают конкретным условиям оценки и не противоречат требованиям ГОСТ 23554.0—79. Целесообразность их применения должна быть обоснована в методических документах.

1.3. Цель обработки значений экспертных оценок заключается в получении обобщенного суждения экспертной группы о качестве продукции.

1.4. Обработка значений экспертных оценок включает следующие операции:

обработка классификаций при построении иерархических структурных схем показателей качества;

проверка согласованности двух ранжировок — при определении согласованности суждений двух экспертов в задачах анализа экспертной группы;

проверка согласованности трех и более ранжировок, а также проверка согласованности результатов парных сравнений — при определении согласованности внутри экспертной группы с целью определить возможность получения обобщенного суждения экспертов;

проверка согласованности двух групп индивидуальных ранжировок — при наличии подгрупп в экспертной группе, а также при сравнении результатов работы экспертных групп, сформированных по различным признакам (например, профессиональным);

проверка согласованности группы индивидуальных ранжировок и отдельной ранжировки — при необходимости проверки принадлежности эксперта к группе с целью определения однородности группы, включения эксперта в группу, исключения эксперта из группы, а также для проверки согласованности группы экспертных ранжировок и ранжировки, полученной другим методом;

обработка данных при ранжировании — для получения обобщенных ранжировок и балльных значений экспертных оценок;

обработка данных, полученных методами парных сравнений — для получения индивидуальных и обобщенных ранжировок, если непосредственное ранжирование показателей затруднено, а также для получения балльных значений экспертных оценок;

обработка балльных значений оценок — для определения показателей согласованности индивидуальных суждений и обобщенного суждения экспертной группы, выраженных в баллах;

обработка данных при применении метода «главных точек» — для построения сбобщенного графика, характеризующего зависимость между значениями показателя и соответствующими значениями экспертных оценок.

2. ОБРАБОТКА КЛАССИФИКАЦИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ИЕРАРХИЧЕСКИХ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА

2.1. Операции обработки классификаций применяют при построении иерархических структурных схем показателей качества. Обработка классификаций заключается в определении согласованности предложенных экспертами индивидуальных структурных схем показателей качества (классификаций) и построении обобщенной структурной схемы.

2.2. Выбор номенклатуры показателей качества — на основе ГОСТ 22851—77. Построение экспертами структурных схем показателей качества — по ГОСТ 23554.1—79.

2.3. Согласованность индивидуальных классификаций есть близость суждений экспертов относительно состава показателей иерархической структурной схемы. Определение согласованности индивидуальных классификаций производится для состава показателей каждой отдельной группы показателей, входящей в иерархическую структурную схему, начиная с первого уровня.

Для определения согласованности индивидуальных классификаций относительно состава показателей в анализируемой группе вычисляют характеристику согласованности $\alpha(a)$ для каждого показателя a, включенного хотя бы одним экспертом в состав этой группы:

$$\alpha(a) = \frac{m(a)}{m},$$

где $m(a)$ — число экспертов, включивших показатель a в состав данной группы;

m — общее число экспертов.

В состав группы для дальнейшей работы включают все показатели, для которых $\alpha(a) \geqslant \alpha_0(a)$; $0{,}5 \leqslant \alpha_0(a) \leqslant 1$. Значения $\alpha_0(a)$ выбирает рабочая группа.

2.4. Если число таких показателей превышает семь, то следует предложить экспертам разделить их на несколько групп, каждая из которых включает не более семи показателей.

2.5. Если группа состоит из семи и более показателей, а число показателей, для которых $\alpha(a) \geqslant \alpha_0(a)$, менее трех, то группу счи тают несогласованной. Проводят заседание экспертной группы для обсуждения возникших расхождений. После обсуждения вычисляют характеристику согласованности для каждого показателя.

Пример определения согласованности индивидуальных классификаций относительно состава показателей приведен в справочном приложении 2.

3. ОБРАБОТКА ЗНАЧЕНИЙ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК ПРИ РАНЖИРОВАНИИ

3.1. Основные положения

3.1.1. Ряд объектов (показателей, образцов продукции и т. п.), упорядоченных в соответствии с выраженностью определенного признака, присущего данным объектам, называется упорядоченным или ранжированным. Сам процесс упорядочения называется ранжированием. В результате процесса ранжирования получается ранжировка. Номер, который при этом получает каждый объект, называется его рангом. Например, несколько показателей упорядочивают по важности. Ранг 1 получает наиболее важный показатель. Ранг 2 получает показатель, наиболее важный среди оставшихся и т. д. Ранги могут также возникать при упорядочении количественных значений. Пусть измерения определенного показателя у объектов a, b, c, . . . дают количественные результаты x, y, z, . . . Числа x, y, z, . . . можно упорядочить по убыванию (возрастанию). Если, например, $x>y>z>$ . . ., то объект a получает ранг 1, объект b — ранг 2 и т. д. Если ранжируется n объектов, то сумма всех рангов равна $n(n+1)/2$.

3.1.2. Если несколько показателей одинаково важны, они получают одинаковые ранги, которые называют связанными рангами. Связанные ранги могут быть целыми и дробными. Группу одинаковых рангов называют связью. Для вычисления связанных рангов обозначаем через l количество показателей более важных, чем группа с одинаковой важностью из t показателей $t=2, 3, \ldots$ Каждый из t показателей получает ранг $r: r=l+(t+1)/2$. Сумма всех рангов равна $\frac{n\ (n+1)}{2}$.

3.2. Проверка согласованности двух экспертных ранжировок

3.2.1. Проверка согласованности двух экспертных ранжировок применяется для определения близости ранжировок двух экспертов (подгрупп, групп экспертов) или для выявления недопустимо отклоняющихся ранжировок.

3.2.2. Пусть $R=(R_1, \ldots R_j, \ldots R_n)$, $Q=(Q_1 \ldots Q_j, \ldots Q_n)$ — ранжировки без связанных рангов 1 и 2-го экспертов соответственно, R_j — ранг j-го объекта, назначенный 1-м экспертом, Q_j—ранг j-го объекта, назначенный 2-м экспертом, $j=1, \ldots, n$, где n — число ранжируемых объектов.

Близость двух ранжировок измеряется коэффициентом ранговой корреляции Спирмена ϱ

$$\rho(R,\ Q)=\rho=1-\frac{6}{n^3-n}\cdot S_\rho\ , \tag{1}$$

где

$$S_\rho=\sum_{j=1}^{n}(R_j-Q_j)^2,$$

$-1\leqslant\varrho\leqslant 1$, $\varrho=+1$, если $R=Q$ и $\varrho=-1$, если $R_j=Q_{n-j+1}$, $j=1,\ldots,n$.

Ранжировки считают несогласованными, если вычисленное значение ϱ близко к нулю или отрицательно, и согласованными, если ϱ близко к единице. Методы расчета согласованности изложены в пп. 3.2.3—3.2.9.

3.2.3. Если в ранжировках присутствуют связанные ранги числом не более $n-1$, то коэффициент ранговой корреляции Спирмена ϱ вычисляют по формуле (2).

Назовем длиной связи число объектов, получивших данные значения ранга. Могут быть связи длиной 1 («несвязанные» ранги), 2 и т. д. Обозначим через u_1, $u_2,\ldots$, $u_k,\ldots$ длины связей в ранжировке первого эксперта, v_1, $v_2,\ldots$, $v_l,\ldots$ — длины связей второго эксперта, где k — номер связи в ранжировке первого, а l — второго эксперта. Вычислим

$$u=\frac{1}{12}\sum_k u_k(u_k^2-1),$$

$$v=\frac{1}{12}\sum_l v_l(v_l^2-1),$$

где суммы берутся по всем связям. При наличии связанных рангов коэффициент ранговой корреляции Спирмена следует вычислять по формуле

$$\rho=\frac{n^3-n-6\cdot S_\rho-6(u+v)}{\sqrt{n^3-n-12u}\ \sqrt{n^3-n-12v}}, \tag{2}$$

где $-1\leqslant\varrho\leqslant+1$.

При обработке данных на ЭВМ вместо формулы (2) целесообразно пользоваться формулой

$$\rho=\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}R_jQ_j-\frac{n(n+1)^2}{4}}{\left(\left[\sum\limits_{j=1}^{n}R_j^2-\frac{n(n+1)^2}{4}\right]\left[\sum\limits_{j=1}^{n}Q_j^2-\frac{n(n+1)^2}{4}\right]\right)^{1/2}}.$$

3.2.4. Формула (1) является частным случаем формулы (2) при отсутствии связанных рангов. Если связей немного и длины их невелики, результат вычислений по формуле (2) близок к результату вычислений по формуле (1). Влияние связанных рангов на распределение ранговых статистик показано в справочном приложении 3.

3.2.5. Вычислив ϱ по формуле (1) или (2) и обозначив его как $\varrho_{\text{набл}}$, следует проверить нулевую гипотезу H_0 о несогласованности и альтернативную о согласованности ранжировок R и Q.

Обозначим $\varrho^{\text{в}}(\alpha)_{\text{табл}}$, $\varrho^{\text{н}}(\alpha)_{\text{табл}}$ — верхние и нижние процентные точки (критические точки) коэффициента ранговой корреляции Спирмена при заданном значении уровня значимости α.

Если $\varrho_{\text{набл}} \geqslant \varrho^{\text{в}}(\alpha)_{\text{табл}}$, то гипотеза H_0 о несогласованности отвергается и принимается альтернативная гипотеза о согласованности.

Если $\varrho_{\text{набл}} < \varrho^{\text{в}}(\alpha)_{\text{табл}}$, то принимается гипотеза о несогласованности.

Если $\varrho_{\text{набл}} \leqslant \varrho^{\text{н}}(\alpha)_{\text{табл}}$, то следует рассматривать это как наличие значимой отрицательной корреляции.

Уровень значимости α принимают равным 0,01; 0,05; 0,10.

Примечание. Значение α есть вероятность принятия ошибочного решения, которая определяется спецификой задачи.

3.2.6. Большие значения S_ρ соответствуют малым значениям ϱ, а малые значения S_ρ — большим значениям ϱ; чем больше значение ϱ (меньше S_ρ), тем более вероятно принятие гипотезы о согласованности.

3.2.7. Для малых значений n от 4 до 16 через 1 ($n=4(1)16$) вместо коэффициента корреляции ρ следует использовать S_ρ. В обязательном приложении 4 приведена таблица верхних критических значений $S^{\text{в}}_{\rho,\ \text{табл}}(\alpha)$. Для проверки согласованности ранжировок двух экспертов следует перейти от верхних к нижним критическим точкам $S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}(\alpha)$, как это указано в примечании к таблице обязательного приложения 4. Обозначим $S_{\rho,\ \text{набл}}$ — вычисленное значение S_ρ по ранжировкам R и Q:

$$S_\rho = \sum_{j=1}^{n} (R_j - Q_j)^2.$$

Гипотеза о несогласованности отвергается, если

$$S_{\rho,\ \text{набл}} \leqslant S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}(\alpha),$$

где $S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}(\alpha)$ есть значение $S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}$ с вероятностью α из таблицы обязательного приложения 4.

Если $S_{\rho,\ \text{набл}} \geqslant S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}(\alpha)$, то принимается гипотеза о несогласованности.

3.2.8. При $n=17(1)\,100$ следует пользоваться таблицей рекомендуемого приложения 5, где представлены приближенные верхние критические значения $\varrho^{в}_{табл}$ при $\alpha=0{,}10$; $0{,}05$; $0{,}01$.

Например, при $n=17$ $\varrho^{в}_{табл}$ $(0{,}05)=0{,}414$. Если $\varrho_{набл} \geqslant \varrho^{в}_{табл}$, то гипотеза о несогласованности отвергается.

3.2.9. При $n \geqslant 17$ наряду с табличным применяют расчетный метод, а при $n>100$ применяют только расчетный метод. Следует вычислять значение статистики

$$j_{набл} = \frac{\varrho_{набл}}{2}\left[\sqrt{n-1} + \sqrt{\frac{n-2}{1-\varrho^{2}_{набл}}}\right], \qquad (3)$$

а затем

$$j_{\alpha,(n-2)} = \frac{1}{2}\left[z_{\alpha} + t_{\alpha,\,(n-2)}\right], \qquad (4)$$

где z_{α} — верхняя критическая точка стандартного нормального распределения при уровне значимости α. Значения z_{α} в зависимости от уровня значимости α приведены в табл. 1; $t_{\alpha,(n-2)}$—верхняя α-процентная критическая точка t-распределения Стьюдента при $n-2$ степенях свободы (они приведены в рекомендуемом приложении 6 при уровне значимости α и $f=n-2$ степенях свободы).

Таблица 1

α	0,001	0,005	0,010	0,025	0,050
$z(\alpha)$	3,0902	2,5758	2,3263	1,9600	1,6449

Продолжение табл. 1

α	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500
$z(\alpha)$	1,2816	0,8416	0,5244	0,2533	0,0000

Если $j_{набл} \geqslant j_{\alpha,(n-2)}$, то гипотеза о несогласованности отвергается в пользу гипотезы согласованности, т. е. экспертные ранжировки R и Q считаются согласованными.

3.2.10. **Пример 1.** Даны ранжировки $R=(1;\ 2;\ 3;\ 4)$; $Q=(3;\ 1{,}5;\ 1{,}5;\ 4)$, $\alpha=0{,}05$. В ранжировке Q есть одна связь длины 2. Рассчитываем $S_{\rho,\,набл} = (1-3)^2+(2-1{,}5)^2+(3-1{,}5)^2+(4-4)^2=6{,}5$. Находим по таблице обязательного приложения 4 $S^{в}_{\rho,\,табл}(0{,}05)\approx 20$ и вычисляем $S^{н}_{\rho,\,табл}$ $(0{,}05)\approx f(4)-20=22-20=2$. Поскольку

$S_{\rho,\ \text{набл}}=6{,}5>2$, то гипотеза о несогласованности не отвергается. Это подтверждается и вычисленным по формуле (2) значением $\rho_{\text{набл}}$:

$$\rho_{\text{набл}}=\frac{4^3-4-6\cdot 6{,}5-6(0+1/2)}{\sqrt{4^3-4-12\cdot 0}\ \sqrt{4^3-4-12\cdot 1/2}}=0{,}316,$$

которое невелико,

где
$$u=\frac{1}{12}\cdot 4\cdot(1^2-1)=0,$$

$$v=\frac{1}{12}[2\cdot(2^2-1)+2\cdot(1^2-1)]=\frac{1}{2},$$

так как в ранжировке Q имеется одна связь длины 2 и две связи длины 1.

Пример 2. $n=14$, $\alpha=0{,}05$; R и Q представлены в табл. 2. Следует проверить согласованность R и Q.

Таблица 2

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
R_j	14	6	8	1	2	5	8	3,5	8	3,5	11	10	12,5	12,5	
Q_j	14	6	8	2	1	5	7	3	9	4	10,5	10,5	12,5	12,5	
R_j-Q_j	0	0	0	−1	1	0	1	0,5	−1	−0,5	0,5	−0,5	0	0	
$(R_j-Q_j)^2$	0	0	0	1	1	0	1	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0	0	$\Sigma=5$

$S_{\rho,\ \text{табл}}=5$. Находим по таблице обязательного приложения 4 $S^{\text{з}}_{\rho,\ \text{табл}}\ (0{,}05)=664$ и вычисляем $S^{\text{н}}_{\rho,\ \text{табл}}\ (0{,}05)=f(14)-664=912-664=248$. Поскольку $S_{\rho,\ \text{набл}}=5<248$, то гипотеза о несогласованности отвергается и принимается гипотеза о согласованности. Данную гипотезу можно проверить вычислением ρ по формуле (2):

$$u=\frac{1}{12}[2(2^2-1)+3(3^2-1)+2(2^2-1)]=\frac{36}{12}=3,$$

$$v=\frac{1}{12}[2(2^2-1)+2(2^2-1)]=1,$$

$$\rho_{\text{набл}}=\frac{14^3-14-6\cdot 5-6(3+1)}{\sqrt{14^3-14-12\cdot 3}\ \sqrt{14^3-14-12\cdot 1}}=0{,}989,$$

что также подтверждает гипотезу о согласованности.

Пример 3. $n=20$, $\alpha=0{,}01$. Проверить согласованность R и Q в табл. 3.

Таблица 3

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_j	3	2	1	4	5	7	8	6	10	11
R_j-Q_j	−2	0	2	0	0	−1	−1	2	−1	−1
$(R_j-Q_j)^2$	4	0	4	0	0	1	1	4	1	1

Продолжение табл. 3

j	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
R_j	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Q_j	9	12	13	15	17	14	18	16	19	20
R_j-Q_j	2	0	0	−1	−2	2	−1	2	0	0
$(R_j-Q_j)^2$	4	0	0	1	4	4	1	4	0	0 $\Sigma=34$

Получаем $S_{\rho,\ \text{набл}}=34$. По формуле (1) рассчитываем:

$$\rho_{\text{набл}}=1-\frac{6\cdot 34}{20\ (20^2-1)}=1-0{,}0256\approx 0{,}974.$$

Из таблицы рекомендуемого приложения 5 $\rho^{\text{в}}_{\text{табл}}$ $(0{,}01)=0{,}520$. Поскольку $\varrho_{\text{набл}}=0{,}974>\varrho^{\text{в}}_{\text{табл}}=0{,}520$, принимаем гипотезу о согласованности.

Проведем проверку согласованности расчетным методом по формулам (3) и (4):

$$j_{\text{набл}}=\frac{0{,}974}{2}\left(\sqrt{19}+\sqrt{\frac{18}{1-0{,}974^2}}\right)\approx 11{,}243.$$

Согласно табл. 1 $z_{0{,}01}=2{,}3263$, согласно таблице рекомендуемого приложения 6 $t_{0{,}01;\,18}=2{,}552$, $j_{0{,}01;\,18}=[2{,}326+2{,}552]/2=2{,}439$, т. е. $j_{\text{набл}}=11{,}243>2{,}439$ и, следовательно принимается гипотеза о согласованности.

3.3. Проверка согласованности трех и более экспертных ранжировок

3.3.1. Используются следующие обозначения:

j — номер объекта, $j=1, \ldots, n$;

n — число объектов;

i — номер эксперта, $i=1, \ldots, m$;

m — число экспертов;

R_{ij} — ранг j-го объекта, присвоенный ему i-м экспертом.

В матрицах $\|R_{ij}\|$ i-я строка есть ранжировка, назначенная i-м экспертом, $i=1, \ldots, m$; столбец с номером j есть ранги j-го объекта, присвоенные ему всеми экспертами.

3.3.2. Для проверки согласованности внутри группы экспертов вычисляют статистику X^2 по формуле (5), если связанные ранги отсутствуют, и по формуле (6), если они имеются:

$$X^2=\frac{12}{m\cdot n\cdot(n+1)}\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m}R_{ij}\right)^2-3m(n+1), \tag{5}$$

$$X^2=\frac{\sum_{j=1}^{n}\left(\sum_{i=1}^{m}R_{ij}-\frac{m(n+1)}{2}\right)^2}{\frac{1}{12}\ m\cdot n\cdot(n+1)-\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{m}T_i}, \tag{6}$$

где

$$T_i=\frac{1}{12}\sum_{\alpha}t_{\alpha i}(t_{\alpha i}^2-1),$$

t_{1i}, t_{2i}, ... — длины первой, второй и т. д. связей в ранжировке i-го эксперта.

Если вычисленное значение X^2, обозначаемое $X^2_{\text{набл}}$, больше или равно X^2_α: $X^2_{\text{набл}}\geqslant X^2_\alpha$, где X^2_α — верхнее процентное значение распределения X^2 при уровне значимости α (т. е. α-процентная верхняя точка X^2), то принимают гипотезу о согласованности. Значения $X^2_\alpha=X^2(n,\ m,\ \alpha)$, зависящие от n, m и α, вычисленные в предположении нулевой гипотезы о несогласованности (равновероятности всех возможных $n!$ ранжировок), при

$n=3$, $m=2(1)15$;
$n=4(1)6$, $m=2(1)8$;
$n=7$, $m=7,8$;

получают по таблице обязательного приложения 7. По таблице находят ближайшие к X^2_α значения X^2, т. е. те, у которых вероятность $P(X^2_{\text{выч}}\geqslant X^2)$ наиболее близка к α. α принимают равным 0,01; 0,05; 0,10.

3.3.3. При других значениях n, m следует пользоваться расчетным методом проверки согласованности, состоящим в применении следующих правил, различных для разных значений n, m:

1. Если $n\geqslant 20$, $m\geqslant 13$, то критические значения $X^2(n,\ m,\ \alpha)=$ $X=^2_\alpha$ $(n-1)$; χ^2_α (f)-процентная (критическая) точка χ^2-распределения с f степенями свободы и уровнем значимости α (см. таблицу

рекомендуемого приложения 8) и при $X^2_{\text{набл}} \geqslant \chi^2_{\alpha\,(n-1)}$ принимают гипотезу о согласованности.

2. Если $7 \leqslant n \leqslant 19$, $m \geqslant 13$, то вычисляют

$$F_{\text{набл}} = \frac{(m-1)X^2_{\text{набл}}}{m(n-1)-X^2_{\text{набл}}},$$

а затем находят по таблице рекомендуемого приложения 9 верхнюю α-процентную точку $F_\alpha\,[\nu_1,\ \nu_2]$ при $\nu_1 = n-1$, $\nu_2 = (m-1)\,(n-1)$ степенях свободы числителя и знаменателя соответственно.

Гипотезу о согласованности принимают, если

$$F_{\text{набл}} \geqslant F_\alpha\,[n-1,\ (m-1)\,(n-1)].$$

3. При $n \geqslant 8$, $7 \leqslant m \leqslant 12$ вычисляют

$$\overline{R}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{ij},$$

$$V_j = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(R_{ij}-\overline{R}_j)^2,\ j=1,\ .\ .\ .\ ,n,$$

а затем $L = (m-1)\sum_{j=1}^{n} V_j$ и скорректированное число степеней свободы

$$\hat{f} = \frac{L^2}{(m-1)\sum_{j=1}^{n} V_j^2}-(m-1).$$

После этого по таблице рекомендуемого приложения 9 находят $F_\alpha\,[\nu_1,\ \nu_2]$, $\nu_1 = n-1$, $\nu_2 = \hat{f}$. Если $F_{\text{набл}} \geqslant F_\alpha\ [n-1,\ \hat{f}]$, то принимают гипотезу о согласованности.

4. При $n \leqslant 7$, $m \geqslant 8$, кроме тех комбинаций n, m, которые охвачены таблицей обязательного приложения 7, вычисляют

$$J_{\text{набл}} = \frac{1}{2}[X^2_{\text{набл}}+(n-1)\cdot F_{\text{набл}}],$$

$$F_{\text{набл}} = \frac{(m-1)\cdot X^2_{\text{набл}}}{m\,(n-1)-X^2_{\text{набл}}},$$

$$J_\alpha\,[n-1,(m-1)(n-1)] = \frac{1}{2}\{\chi^2_\alpha[n-1]+(n-1)\cdot F_\alpha\,[n-1,\ (m-1)\,(n-1)]\},$$

где $\chi^2_\alpha[n-1]$ — верхняя α-процентная точка χ^2-распределения с $f=n-1$ степенями свободы по таблице рекомендуемого приложения 8;

$F_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)]$ — верхняя α-процентная точка F-распределения Фишера с $n-1$ степенями свободы числителя и $(m-1)(n-1)$ степенями свободы знаменателя.

Если $J_{\text{набл}} \geqslant J_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)]$, то принимают гипотезу о согласованности.

5. При $n \geqslant 8$, $2 < m \leqslant 6$ и $n=7$, $m=2(1)6$ вычисляют

$$J^*_{\text{набл}} = \frac{1}{2}\{X^2_{\text{набл}} + (m-1)(n-1)F_{\text{набл}}\}$$

и затем

$$J^*_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)] = \frac{1}{2}\{\chi^2_\alpha[n-1] + (m-1)(n-1)\cdot F_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)]\},$$

где $\chi^2_\alpha[n-1]$ и $F_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)]$ — верхние α-процентные точки χ^2 и F распределений с $n-1$; $(n-1)$, $(m-1)(n-1)$ степенями свободы соответственно (см. таблицы рекомендуемых приложений 8 и 9).

Если $J^*_{\text{набл}} \geqslant J_\alpha[n-1, (m-1)(n-1)]$, то принимают гипотезу о согласованности m экспертных ранжировок.

Для упрощения выбора таблиц и правил на черт. 1 выделены области n, m, на которые распространяются правила 1—5 и соответствующие таблицы.

Примечания:

1. Использование перечисленных правил и таблиц обязательного приложения 7 при наличии связанных рангов дает приближенные результаты и может применяться лишь при ограниченном числе связей (см. справочное приложение 3).

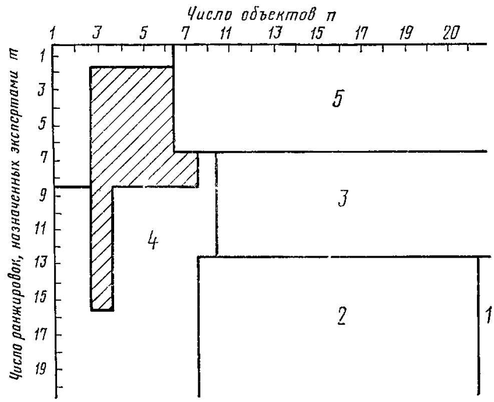
2. Коэффициент конкордации $W = X^2/m(n-1)$, $0 \leqslant W \leqslant 1$ и при высокой согласованности ранжировок W близок к 1.

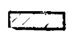
3. При $n=2$ следует пользоваться критерием знаков Фишера.

4. Способ проверки согласованности индивидуальных ранжировок и получение обобщенной ранжировки при неполных данных изложены в справочном приложении 10.

3.3.4. Если при выбранном уровне значимости α согласованность в экспертной группе достаточна, то переходят к п. 3.6.

Если согласованность недостаточна, то следует ознакомить экспертов с полученными результатами и провести повторный опрос экспертов, после чего вновь определить согласованность.



 — применяется правило п. 3.3.2.
1, 2, 3, 4, 5 — номера правил по п. 3.3.3.

Черт. 1

Если после проведения повторного опроса согласованность индивидуальных ранжировок остается недостаточной, то по п. 3.2 вычисляют коэффициенты ранговой корреляции $\varrho(R_i, R_k)$ между всеми экспертными ранжировками $R_i=(R_{i1},\ldots, R_{in})$ и $R_k=(R_{k1},\ldots, R_{kn})$, $1\leqslant i, k\leqslant m$.

В соответствии с полученными значениями коэффициентов ранговой корреляции следует объединить экспертные ранжировки в подгруппы с относительно высокими (при выбранном уровне значимости α) коэффициентами $\varrho(R_i, R_k)$ и для этих подгрупп действовать согласно пп. 3.3.1—3.3.3.

Если внутри подгруппы согласованность достаточна, то по п. 3.6 получают обобщенное суждение для каждой подгруппы.

В этом случае экспертная комиссия принимает одно из следующих решений:

ранжировку одной из подгрупп без обсуждения принять за обобщенную ранжировку экспертной группы;

провести обсуждение ранжировок подгрупп и предложить экспертам принять решение;

изменить процедуру ранжирования или заново сформировать экспертную группу.

Если полученные значения коэффициентов корреляции позволяют выделить одну согласованную подгруппу, а ранжировки остальных экспертов существенно отличаются от ранжировки подгруппы и друг от друга, то экспертная комиссия принимает одно из следующих решений:

ранжировку подгруппы принять за обобщенную ранжировку;

изменить процедуру ранжирования или заново сформировать экспертную группу.

При невозможности выделения согласованной подгруппы следует изменить процедуру ранжирования или заново сформировать экспертную группу.

Если ни одно из указанных решений не может быть принято, следует провести заседание экспертной группы, на котором ознакомить экспертов с результатами обработки и принять решение.

3.3.5. **Пример 4.** В табл. 4 приведены ранжировки четырех объектов тремя экспертами. Требуется проверить согласованность экспертов, задавшись $\alpha=0{,}05$.

Таблица 4

Эксперты	Ранги, присвоенные объектам			
	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	1,5	1,5	4
3	3	1	3	3

В связи с наличием связанных рангов X^2 вычисляют по формуле (6):

$$X^2_{\text{набл}}=\frac{21{,}5}{\frac{1}{12}\cdot 3\cdot 4\cdot 5-\frac{1}{4-1}\left[\frac{1}{12}\cdot 0+\frac{1}{12}\cdot 2\cdot(2^2-1)+\frac{1}{12}\cdot 3\cdot(3^2-1)\right]}=5{,}160.$$

По таблице обязательного приложения 7 X^2 (4; 3; 0,05) $=7{,}0$, поскольку $5{,}160<7{,}0$, то гипотезу о согласованности не принимают.

Пример 5. В табл. 5 приведены ранжировки трех объектов, выполненные 15-ю экспертами. Требуется проверить согласованность экспертов, задавшись $\alpha=0{,}05$.

Таблица 5

Эксперты	Ранги объектов 1	2	3	Эксперты	Ранги объектов 1	2	3
1	1	2	3	13	1	2	3
2	1	3	2	14	1	2	3
3	1	2	3	15	1	2	3
4	1	2	3				
5	1	2	3				
6	2	1	3				
7	1	2	3	$\sum_{i=1}^{m} R_{ij}$	19	28	43
8	2	1	3				
9	1	2	3				
10	1	2	3				
11	3	1	2	$(\sum_{i=1}^{m} R_{ij})^2$	361	784	1849
12	1	2	3				

В исходных данных нет связанных рангов, поэтому X^2 вычисляем по формуле (5):

$$X^2_{\text{набл}} = \frac{12}{15 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 2994 - 3 \cdot 15 \cdot 4 = 19{,}6.$$

По таблице обязательного приложения 7 X^2 (3; 15; 0,05) $=6{,}400$ ($\alpha=0{,}047$), $X^2_{\text{набл}} > X^2$ (3; 15; 0,05), следовательно, принимаем гипотезу о согласованности.

Так как $n=3<7$ и $m=15>8$, то для проверки согласованности можно также воспользоваться правилом 4:

$$J_{\text{набл}} = \frac{1}{2}[X^2_{\text{набл}} + (n-1) \cdot F_{\text{набл}}] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[19{,}6 + (3-1) \cdot \frac{(15-1) \cdot 19{,}6}{15(3-1) - 19{,}6}\right] = 36{,}185.$$

По таблице рекомендуемого приложения 8 $\chi^2_{0,05}[3-1]=5{,}991$; по таблице рекомендуемого приложения 9 $F_{0,05}[3-1, (15-1)(3-1)] = F_{0,05}[2,28]=3{,}34$; $J_{0,05}=\frac{1}{2}[5{,}991+2 \cdot 3{,}34]=6{,}336$.

Поскольку $J=36{,}185>J_{0,05}=6{,}336$, гипотеза о согласованности принимается.

3.4. Проверка согласованности между двумя группами экспертных ранжировок

3.4.1. При необходимости проведения экспертной оценки двумя группами экспертов следует проверять согласованность между этими группами при согласованности ранжировок внутри каждой из них. Внутригрупповую согласованность проверяют с помощью методов п. 3.3.

3.4.2. Имеются две группы ранжировок, назначенных экспертами, в 1-й группе m ранжировок, во 2-й k ранжировок, $m+k=N$.

Используют следующие обозначения:

R_{ij} — ранги j-го объекта 1-й группы, назначенные i-м экспертом, $i=1, \ldots, m$;

R_{ij} — ранги j-го объекта 2-й группы, назначенные i-м экспертом, $i=m+1, m+2, \ldots, m+k$;

$R_{ij}, \ldots, R_{mj}$ — ранги j-го объекта 1, 2-го и т. д. экспертов 1-й группы;

$R_{m+1,j}, R_{m+2,j}, \ldots, R_{m+k,j}$ — ранги j-го объекта 1, 2-го и т. д. экспертов 2-й группы; $j=1, \ldots, n$; $m+k=N$;

$S_j=(\sum\limits_{i=1}^{m} R_{ij})/m$ — средние ранги j-го объекта для экспертов 1-й группы;

$t_j=(\sum\limits_{i=m+1}^{N} R_{ij})/k$ — средние ранги j-го объекта для экспертов 2-й группы;

$\overline{R}_j=(\sum\limits_{i=1}^{N} R_{ij})/N$ — средние ранги по объединенной группе; $N=m+k$;

$$C_{jj'}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{N}(R_{ij}-\overline{R}_j)(R_{ij'}-\overline{R}_{j'})}{N-1}, \quad j, j'=\overline{1, n};$$

$S=(S_1,\ldots,S_{n-1})$,

$t=(t_1,\ldots,t_{n-1})$—

— векторы средних рангов для 1, 2, ..., $(n-1)$ объектов;

C — матрица $(C_{jj'})$ размером $(n-1)(n-1)$ без последнего столбца и последней строки, $j, j'=1, \ldots, n-1$.

3.4.3. Для проверки гипотезы о согласованности двух групп экспертных ранжировок между собой следует вычислить B

$$B=\frac{m\cdot k}{N}(S-t)\cdot C^{-1}\cdot(S-t)'=\frac{m\cdot k}{N}\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{j'=1}^{n-1}(S_j-t_j)(S'_{j'}-t'_{j'})\cdot\tilde{C}_{jj'}, \quad (7)$$

где C^{-1} — матрица, обратная к C;

$(S-t)'$ — вектор, полученный транспонированием $(S-t)$;

$\tilde{C}_{jj'}$ — элементы матрицы C^{-1}, $jj'=1, \ldots, n-1$.

При $n=3$, m, $k\geqslant 8$ и $n\geqslant 4$, m, $k\geqslant 6$ применяют следующее правило:

$B\geqslant\chi^2_\alpha[n-1]$ — гипотезу о согласованности отвергают;

$B<\chi^2_\alpha[n-1]$ — принимают гипотезу согласованности двух групп экспертных ранжировок.

Значения χ^2_α приведены в рекомендуемом приложении 8.

Пример 6. В табл. 6 приведены ранги трех объектов, назначенные двумя группами экспертов. Требуется проверить согласованность ранжировок этих групп. Уровень значимости $\alpha=0{,}01$.

Таблица 6

1-я группа				2-я группа			
Эксперты	Ранги объектов			Эксперты	Ранги объектов		
	1	2	3		1	2	3
1	2	1	3	15	1	2	3
2	3	1	2	16	1	3	2
3	3	1	2	17	2	3	1
4	3	1	2	18	2	3	1
5	3	1	2	19	2	3	1
6	3	1	2	20	2	3	1
7	3	1	2	21	2	3	1
8	3	1	2	22	3	2	1
9	3	2	1	23	3	2	1
10	3	2	1	24	3	2	1
11	3	2	1	25	3	2	1
12	3	2	1	26	3	2	1
13	3	2	1	27	3	2	1
14	3	2	1				
$\sum\limits_{1<i<m} R_{ij}$	41	20	23	$\sum\limits_{i=m+1}^{N} R_{ij}$	30	32	16

Следовательно:

$$S_1=41/14,\ S_2=20/14,\ S_3=23/14,$$

$$t_1=30/13,\ t_2=32/13,\ t_3=16/13,$$

$$S_1=2{,}9286,\ S_2=1{,}4286,\ S_3=1{,}6428,$$

$$t_1=2{,}3077,\ t_2=2{,}4615,\ t_3=1{,}2307,$$

$$\overline{R}_1=\sum_{i=1}^{n} R_{i1}/N=(41+30)/27=2{,}629,$$

$$\overline{R}_2=(20+32)/27=1{,}925,$$

$$\overline{R}_3=(23+16)/27=1{,}444.$$

Находим элементы матрицы $C_{jj'}$:

$$C_{11}=[(R_{11}-\overline{R}_1)(R_{11}-\overline{R}_1)+(R_{21}-\overline{R}_1)(R_{21}-\overline{R}_1)+\ldots$$
$$\ldots+(R_{27,1}-\overline{R}_1)(R_{27,1}-\overline{R}_1)]/26=[(2-2{,}629)^2\cdot 6+(3-2{,}629)^2\cdot 19+$$
$$+(1-2{,}629)^2\cdot 2]/26=0{,}396,$$

$$C_{12}=[(R_{11}-\overline{R}_1)(R_{12}-\overline{R}_2)+(R_{21}-\overline{R}_1)(R_{22}-\overline{R}_2)+\ldots$$
$$\ldots+(R_{27,1}-\overline{R}_1)\cdot(R_{27,2}-\overline{R}_2)]/26=[(2-2{,}629)(1-1{,}925)+$$
$$+(3-2{,}629)(1-1{,}925)+\ldots+(3-2{,}629)(2-1{,}925)]/26=-0{,}259.$$

Необходимы еще два элемента матрицы C:

$$C_{21}=-0{,}259;\quad C_{22}=0{,}533.$$

В результате расчетов векторы средних равны

$$S=(2{,}9286;\ 1{,}4286)$$
$$t=(2{,}3077;\ 2{,}4615).$$

Матрица C равна

$$C=\begin{pmatrix}0{,}396 & -0{,}259\\ -0{,}259 & 0{,}533\end{pmatrix}.$$

По формуле (7) рассчитываем статистику B, но для этого необходима обратная матрица C^{-1}, которая имеет вид

$$C^{-1}=\begin{pmatrix}3{,}706 & 1{,}803\\ 1{,}803 & 2{,}755\end{pmatrix}.$$

Тогда

$$B=\frac{m\cdot k}{N}(S-t)\cdot C^{-1}\cdot(S-t)'=$$
$$=\frac{14\ 13}{27}\cdot\begin{pmatrix}2{,}9286-2{,}3077\\ 1{,}4286-2{,}4615\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3{,}706 & 1{,}803\\ 1{,}803 & 2{,}755\end{pmatrix}\times$$
$$\times(2{,}9286-2{,}3077;\ 1{,}4286-2{,}4615)=13{,}8494\approx 13{,}85.$$

По таблице рекомендуемого приложения 8 верхняя 1-процентная точка χ^2-распределения с $n-1=3-1=2$ степенями свободы есть $\chi^2_{0,0}(2)=9{,}210$. Поскольку $B=13{,}85>9{,}210$, принимают гипотезу о несогласованности двух групп экспертов между собой.

3.5. Проверка согласованности между ранжировками группы экспертов и отдельной ранжировкой

3.5.1. При необходимости проверки согласованности между ранжировками группы экспертов и отдельной ранжировкой, которая может быть получена экспертным, расчетным или измерительным методом, следует предварительно проверить согласованность ранжировок внутри группы с помощью методов п. 3.3.

3.5.2. Для проверки согласованности между этими ранжировками $R_i=(R_{i1}, R_{i2}, \ldots, R_{in})$; $i=1, \ldots, m$ и отдельной ранжировкой $A=(A_1, \ldots, A_n)$ вычисляют

$$L=\sum_{j=1}^{n} A_j\left(\sum_{i=1}^{m} R_{ij}\right),$$

где R_{ij} — ранг j-го объекта, назначенный i-м экспертом группы, $j=1, \ldots, n$; $i=1, \ldots, m$.

Если $n=3$, $m=2(1)20$; $n=4$, $m=2(1)12$ и вычисленное значение L, обозначаемое $L_{\text{набл}}$, больше или равно $L_{\text{табл}}$ (n, m, α) при заданном $\alpha=0{,}01$; 0,05 или 0,10, то гипотезу о согласованности $R_1, \ldots, R_m$ и A принимают, где $L_{\text{табл}}$ — верхняя α-процентная точка L (рекомендуемое приложение 11).

Если n или m больше указанных выше значений n и m, то вычисляют

$$E(L)=m\cdot n\cdot(n+1)^2/4;$$

$$D(L)=m(n^3-n)^2/144(n-1);$$

$$L^*_{\text{набл}}=(L_{\text{набл}}-E(L))/\sqrt{D(L)}.$$

Если

$$L^*_{\text{набл}}\geqslant z_\alpha,$$

где z_α — верхняя α-процентная точка стандартного нормального распределения из табл. 1, п. 3.2.9, $\alpha=0{,}01$; 0,05 и 0,10 (т. е. 1, 5 и 10%), то гипотезу согласованности $R_1, \ldots, R_m$ и A принимают.

Таблица 7

Эксперты	Ранги объектов			
	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	1	3	2	4
3	1	2	4	3
$\sum_{i=1}^{n} R_{ij}$	3	7	9	11

Пример 7. В табл. 7 представлены ранжировки четырех объектов тремя экспертами. Требуется проверить гипотезу о согласованности этих ранжировок с ранжировкой $A=(1, 2, 3, 4)$ при $\alpha=0{,}05$.

Вычисляют

$$L_{\text{набл}}=1\cdot 3+2\cdot 7+3\cdot 9+4\cdot 11=88.$$

По таблице рекомендуемого приложения 11 при $\alpha=0{,}05$ $L_{\text{табл}}(4;\ 3;\ 0{,}05)=84$. Поскольку $L_{\text{набл}}=88>L_{\text{табл}}=84$, то гипотезу о согласованности принимают.

Пример 8. В табл. 8 представлены ранжировки пяти объектов тремя экспертами. Требуется проверить гипотезу о согласованности экспертных ранжировок R_1, R_2, R_3 с ранжировкой $A=(2, 3, 1, 4, 5)$ при заданном $\alpha=0{,}01$.

Таблица 8

Эксперты	Ранги объектов				
	1	2	3	4	5
1	2	1	3	4	5
2	3	2	1	4	5
3	1	3	2	5	4
$\sum_{i=1}^{m} R_{ij}$	6	6	6	13	14

Вычисляют

$$L_{\text{набл}}=2\cdot 6+3\cdot 6+1\cdot 6+4\cdot 13+5\cdot 14=158;$$

$$E(L)=3\cdot 5\cdot (5+1)^2/4=135;$$

$$\sqrt{D(L)}=\sqrt{3\cdot (5^3-5)^2/144\cdot (5-1)}=8{,}66;$$

$$L^*_{\text{набл}}=(158-135)/8{,}66=2{,}66.$$

По табл. 1 $z_{0{,}01}=2{,}3263\approx 2{,}33$. Поскольку $L^*_{\text{набл}}=2{,}66>z_{0{,}01}=2{,}33$, то гипотезу о согласованности R_1, R_2, R_3 с A принимают.

3.6. Определение обобщенного суждения группы экспертов

3.6.1. Обобщенное суждение группы экспертов при ранжировании n объектов может быть получено в виде ранжировки $R^0=(R_1^0, \ldots, R_n^0)$ и в виде значений оценок, выраженных в количественной форме. Эти значения оценок применяют в приближенных расчетах. Обобщенное суждение группы экспертов следует получать лишь при наличии согласованности, которая должна быть проверена методами, изложенными в п. 3.5. Если при фиксированном уровне значимости $\alpha=0{,}01$; 0,05 или 0,10 установлена согласованность экспертных ранжировок $R_1=(R_{11}, R_{12}, \ldots, R_{1n})$, $R_2=(R_{21}, R_{22}, \ldots, R_{2n}), \ldots, R_m=(R_{m1}, \ldots, R_{mn})$, то обобщенная ранжировка получается в результате ранжирования сумм рангов

$$\sum_{i=1}^{m} R_{i1}, \sum_{i=1}^{m} R_{i2}, \ldots, \sum_{i=1}^{m} R_{in}.$$

Обобщенные количественные характеристики объектов следует вычислять по формулам:

$$M_1=\sum_{i=1}^{m} R'_{i1}/(m\cdot n\cdot(n+1)/2);\ M_2=\sum_{i=1}^{m} R'_{i2}/(mn(n+1)/2);\ \ldots$$

$$\ldots M_j=\sum_{i=1}^{m} R'_{ij}/(mn(n+1)/2);\ \ldots M_n=\sum_{i=1}^{m} R'_{in}/(mn(n+1)/2),$$

где $R'_{ij}=n+1-R_{ij}$, R'_{ij} преобразованные ранги $i=1, \ldots, m$; $j=1, \ldots, n$.

Пример 9. В табл. 9 представлены ранжировки четырех объектов, выполненные тремя экспертами в виде матрицы преобразованных рангов $\|R'_{ij}\|$. Требуется получить коэффициенты весомости $M_1, \ldots, M_4$.

Таблица 9

Эксперты	Ранги объектов			
	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	3	1,5	1,5	4
3	3	1	3	3
$\sum_{i=1}^{m} R'_{ij}$	7	4,5	7,5	11

В табл. 9 вычислены ранговые суммы $\sum_{i=1}^{m} R'_{ij}$; $j=,\dots,$ 4, вычислим $mn(n+1)/2=3\cdot4\cdot5/2=30$, а затем

$$M_1=7/30=0{,}23;\ M_2=4{,}5/30=0{,}15;\ M_3=7{,}5/30=0{,}25;$$
$$M_4=11/30=0{,}37.$$

3.7. Обработка результатов парных сравнений

3.7.1. В процедуре парных сравнений m экспертов сравнивают n объектов (показателей, образцов продукции и т. п.). Каждому из экспертов, номер которого i, $i=1,\dots,m$, предъявляются парами объекты, общее число которых $n(n-1)/2$. Эксперт должен из двух объектов с номерами j и k выбрать более значимый (предпочтительный) и так для всех $j<k$, j, $k=1,\dots,n$. По результатам сравнения n объектов заполняют матрицы парных сравнений каждого эксперта $A^i=\|a^i_{jk}\|$,

где

$$a^i_{jk}=\begin{cases}1, & \text{если } j\text{-й объект предпочитается } k\text{-му;}\\ 0 & \text{в противном случае;}\end{cases}$$

$$j\neq k,\ j,k=1,\dots,n,\ a_{jj}=0,\ j=1,\dots,n,$$

для i-го эксперта, $i=1,\dots,m$.

3.7.2. Для обработки m матриц экспертов объединяют в одну общую матрицу парных сравнений $A=\sum_{1\leqslant i\leqslant m} A^i$, где элементы матрицы $A=\|a_{jk}\|$ есть $a_{jk}=\sum_{i=1}^{m} a^{(i)}_{jk}$, при этом a_{jk} — общее число экспертов, которые предпочли j-й объект k-му, $1\leqslant j,\ k\leqslant n$.

Примечание. Матрица A^i может быть не полностью заполнен экспертом, если он не может выбрать предпочтительный из пары объектов. В этом случае эксперт ставит прочерк в соответствующей ячейке матрицы A^i, $i=1,\dots,n$.

3.8. Проверка согласованности результатов парных сравнений

3.8.1. Под согласованностью понимают выполнение альтернативной к H_0 гипотезы H_A, где гипотеза H_0 состоит в том, что $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\pi_{jk}=\frac{1}{2}$ для всех $j=1,\dots,n$, то есть H_0 означает, что эксперты не различают объекты по предпочтению, π_{jk} — вероятность предпочтения j-го объекта k-му, j, $k=1,\dots,n$.

Гипотеза H_A состоит в том, что существует хотя бы один объект j, $j \in \{1, \ldots, n\}$, для которого $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\pi_{jk} \neq \frac{1}{2}$, т. е. H_A означает, что хотя бы один из всех объектов эксперты отличают по предпочтению от остальных.

3.8.2. Используют следующие обозначения:

$a_{j.} = \sum_{k=1}^{n} a_{jk} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} a_{jk}^{(i)}$ — строчная сумма матрицы A, равная сумме строчных сумм матриц $A_1, \ldots, A_m$ (эта сумма равна общему числу случаев предпочтения j-го объекта всем остальным), $j=1, \ldots, n$, $\overline{a} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{j.}$ — среднее из $a_{1\cdot}$, $a_{2\cdot}$, $a_{n\cdot}$,

$$D_m = \frac{4}{mn}\sum_{j=1}^{n}(a_{j\cdot} - \overline{a})^2 = \frac{4}{mn}\left[\sum_{j=1}^{n} a_{j.}^2 - n(\overline{a})^2\right].$$

Точка означает суммирование по индексу, который она заменяет.

3.8.3. При $m=1$ и $n \geqslant 4$ следует вычислять число круговых триад:

$$d = \frac{1}{24}n(n^2-1) - \frac{n}{8}D_1,$$

где $D_1 = D_m$ при $m=1$.

Если d, вычисленное по матрице парных сравнений и обозначенное $d_{\text{набл}}$, равно или больше, чем $d_{\text{табл}}(n, \alpha)$, то принимают гипотезу о несогласованности, если меньше — то о согласованности. Значения $d_{\text{табл}}(n, \alpha)$ приведены в таблице рекомендуемого приложения 12, где приведены верхние процентные точки для d (числа круговых триад) и значения $P = P\{d \geqslant x\}$, близких к 0,10; 0,05 и 0,01 при числе объектов $n=4(1)10$.

Проверка согласованности при $m=1$ есть проверка транзитивности суждений одного эксперта.

Под транзитивностью понимают выполнение следующего условия:

при предпочтении j-го объекта k-му $(a_{jk}^{(i)}=1)$ и k-го объекта l-му $(a_{kl}^{(i)}=1)$ j-ый объект должен предпочитаться l-му $(a_{jl}^{(i)}=1)$ все это для всех не равных между собой j, k, $l=1, \ldots, n$. При $n=3$ и $m=3(1)20$; $n=4$ и $m=2(1)7$; $n=5$ и $m=2,3$ следует вычислять, а при $n=6$, 7, 8 и $m=1$ можно вычислять S по формуле;

$$S=\sum_{j=1}^{n} a_{j\cdot}^{2}=n\left[\frac{m}{4} D_m+\overline{a}^{2}\right],$$

обозначаемое $S_{\text{набл}}$.

Если $S_{\text{набл}}>S_{\text{табл}}$ (n, α), приведенного в таблице рекомендуемого приложения 13, то принимают гипотезу о согласованности, если $S_{\text{набл}}<S_{\text{табл}}$ (n, α), то принимают гипотезу о несогласованности. В таблице рекомендуемого приложения 13 приведены верхние процентные точки для $S=\sum\limits_{1<j<n} a_{j\cdot}^{2}$ и $\alpha=0{,}05$ и 0,01 (точнее, ближайшие к ним).

3.8.4. При n, m за пределами таблицы рекомендуемого приложения 13 пользуются следующим правилом. Если вычисленное значение статистики D_m, обозначаемое $D_{m,\,\text{набл}}$, не менее $\chi^2_\alpha(n-1)$, где $\chi^2_\alpha(n-1)$ — верхняя критическая (α-процентная) точка на уровне значимости α χ^2-распределения с $n-1$ степенью свободы (по таблице рекомендуемого приложения 8), то принимают гипотезу о согласованности.

3.8.5. **Пример 10.** Даны матрицы парных сравнений четырех экспертов, сравнивающих три объекта. Требуется проверить согласованность при $\alpha=0{,}05$.

A^1

	1	2	3
1	0	1	1
2	0	0	1
3	0	0	0

A^2

	1	2	3
1	0	1	1
2	0	0	0
3	0	1	0

A^3

	1	2	3
1	0	1	0
2	0	0	1
3	1	0	0

A^4

	1	2	3
1	0	1	1
2	0	0	1
3	0	0	0

Общая матрица парных сравнений будет иметь вид

	1	2	3	$a_{j\cdot}$	$a^2_{j\cdot}$
1	0	4	3	7	49
2	0	0	3	3	9
3	1	1	0	2	4
$a_{\cdot k}$	1	5	6		

$$S_{\text{набл.}}=49+9+4=62.$$

По таблице рекомендуемого приложения 13 $S_{\text{табл}}$ (3; 4; 0,05) = 72. Поскольку $S_{\text{набл}}<S_{\text{табл}}$ (3; 4; 0,05), то гипотезу о несогласованности не отвергают.

3.9. Получение обобщенного суждения при парных сравнениях

3.9.1. При наличии достаточной согласованности (см. п. 3.8) обобщенное суждение группы экспертов вычисляют следующим образом:

$$a_{j\cdot}=\sum_{k=1}^{n} a_{jk},\ a_{\cdot k}=\sum_{j=1}^{n} a_{jk},\ j, k=1, \ldots, n,$$

$$a^{*}_{j\cdot}=a_{j\cdot}/(a_{j\cdot}+a_{\cdot j}),\ j=1, \ldots, n.$$

Обобщенная ранжировка получается в результате ранжирования $a^{*}_{1\cdot}, \ldots, a^{*}_{n\cdot}$. Обобщенные количественные характеристики объектов вычисляют по формуле

$$M_j=a^{*}_{j\cdot}/\sum_{k=1}^{n} a^{*}_{k\cdot},\ j=1, \ldots, n.$$

Пример 11. По данным примера 10 требуется вычислить коэффициенты весомости $M_1, \ldots, M_n$.

По матрице A примера 10 были вычислены $a_{j\cdot}$, $a_{\cdot k}$, $j, k=1, \ldots, n$. Вычислим, пользуясь их значениями, по п. 3.9.1:

$$a_j=a_{j\cdot}/(a_{j\cdot}+a_{\cdot j}),\ j=1, \ldots, n,$$

$$a_{1\cdot}+a_{\cdot 1}=8;\ a_{2\cdot}+a_{\cdot 2}=8;\ a_{3\cdot}+a_{\cdot 3}=8$$

$$a^{*}_{1\cdot}=7/8;\ a^{*}_{2\cdot}=3/8;\ a^{*}_{3\cdot}=2/8.$$

Сумма $\sum_{j=1}^{n} a^{*}_{j\cdot}=\frac{12}{8}$, тогда $M_1=\frac{7}{8}\Big/\frac{12}{8}=\frac{7}{12}$;

$$M_2=\frac{3}{8}\Big/\frac{12}{8}=\frac{3}{12};\ M_3=\frac{2}{12}.$$

4. ОБРАБОТКА БАЛЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОЦЕНОК

4.1. Балльные значения экспертных оценок применяют при определении коэффициентов весомости единичных и комплексных показателей качества, входящих в структурную схему показателей качества и при оценке показателей качества, например, при определении зависимости между значениями единичных показателей качества, определенных измерительным, регистрационным или расчетным методом и значениями их оценок в баллах (методом главных точек).

4.2. При определении коэффициентов весомости группы показателей качества, определяющих комплексный показатель вышележащего уровня иерархической структурной схемы, наиболее важному показателю данной группы эксперты присваивают максимальное значение коэффициента весомости $M_1 = 1$ (10 или 100) баллов. Коэффициент весомости следующего по важности показателя эксперты определяют как долю весомости первого показателя, используя ряд значений от 0 до 1 (соответственно 10 или 100) баллов с интервалом в $^1/_{20}$ этого максимального значения, т. е. через 0,05 (0,5 или 5) баллов.

4.3. Коэффициент весомости каждого последующего показателя качества находят, сопоставляя его с коэффициентом весомости первого показателя либо с двумя из предыдущих показателей, коэффициенты весомости которых уже назначены. Во многих случаях наиболее просто это делать, сопоставляя с первым и любым другим показателем, по усмотрению эксперта.

Если оценка произведена сопоставлением с первым показателем, то полученные каждым экспертом индивидуальные коэффициенты весомости показателей являются окончательными.

Если каждый из последующих показателей сопоставляется с двумя из предыдущих показателей, эксперт получает для каждого оцениваемого показателя два значения коэффициента весомости.

Пример. Эксперт определяет коэффициент весомости четвертого показателя. Ранее назначенные им коэффициенты весомости показателей $M_1 = 10{,}0$; $M_2 = 8{,}0$ и $M_3 = 4{,}0$. Эксперт считает, что четвертый показатель в четыре раза менее важен, чем первый, и в два раза менее важен, чем третий, который эксперт выбрал для сравнения. Тогда он получает два коэффициента весомости четвертого показателя:

$$M_4^{(1)} = 10{,}0:4 = 2{,}5 \text{ балла;}$$

$$M_4^{(3)} = 4{,}0:2 = 2{,}0 \text{ балла.}$$

4.4. Если полученные коэффициенты весомости оцениваемого показателя у данного эксперта различаются не более, чем на 0,1 максимального коэффициента весомости, то индивидуальным коэффициентом весомости этого показателя является среднее арифметическое двух полученных коэффициентов весомости:

$$M_j = \frac{1}{2}\left(M_j^{(k)} + M_j^{(i)}\right),$$

где M_j — индивидуальный коэффициент весомости j-го оцениваемого показателя качества;

$M_j^{(k)} M_j^{(l)}$ — коэффициенты весомости j-го показателя качества, определенные путем сравнения с k-м и l-м предыдущими показателями.

Если коэффициенты весомости j-го оцениваемого показателя у данного эксперта различаются более чем на 0,1 максимального коэффициента весомости, то эксперт должен изменить коэффициент весомости одного из предыдущих показателей, с которым происходит сравнение и затем вновь определить коэффициент весомости оцениваемого показателя.

4.5. Рабочая группа выполняет нормирование полученных индивидуальных коэффициентов весомости по формуле

$$M'_j = \frac{M_j}{\sum\limits_{j=1}^{n} M_j},$$

где M'_j — нормированный индивидуальный коэффициент весомости j-го показателя;

M_j — индивидуальный коэффициент весомости j-го показателя;

n — число показателей, входящих в групповой показатель более высокого уровня, т. е. относящихся к данной однородной группе.

В результате нормирования сумма коэффициентов весомости показателей, относящихся к одной однородной группе, равна единице для каждого эксперта.

4.6. Характеристикой рассеяния индивидуальных коэффициентов весомости j-го показателя служит коэффициент вариации, вычисляемый по формуле

$$k_v = \frac{S_j}{\overline{M}'_j}, \qquad (8)$$

где S_j — среднее квадратическое отклонение, вычисляемое по формуле

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (M'_{ji} - \overline{M}'_j)^2},$$

где m — число экспертов;

M'_{ji} — нормированный индивидуальный коэффициент весомости j-го показателя для i-го эксперта;

$\overline{M}'_j$ — среднее арифметическое нормированных индивидуальных коэффициентов весомости j-го показателя всех экспертов (обобщенный нормированный коэффициент весомости)

$$\overline{M}'_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} M'_{ji}. \qquad (9)$$

Если $k_v \leqslant 0{,}25$, то согласованность назначенных экспертами индивидуальных коэффициентов весомости считается достаточной. В этом случае вычисляют согласованное среднее (обобщенный нормированный коэффициент весомости j-го показателя) как среднее арифметическое нормированных индивидуальных коэффициентов весомости j-го показателя.

Если $k_v > 0{,}25$, то согласованность индивидуальных коэффициентов весомости j-го показателя недостаточная. В этом случае производят повторное определение коэффициентов весомости данного показателя путем опроса экспертов (групповым методом с взаимодействием по ГОСТ 23554.1—79).

4.7. Если после повторного определения индивидуальных коэффициентов весомости их согласованность остается недостаточной, то производят исключение того коэффициента весомости, который наиболее отличается от среднего арифметического, и вновь вычисляют k_v для оставшихся индивидуальных коэффициентов весомости. Эту процедуру повторяют до тех пор, пока не будет достигнута достаточная согласованность оставшихся коэффициентов весомости, т. е. $k_v \leqslant 0{,}25$. При этом число согласованных значений коэффициентов весомости в оставшейся группе должно составлять не менее $^2/_3$ от общего числа значений коэффициентов весомости.

После этого по формуле (9) вычисляют согласованное среднее для j-го показателя.

4.8. Если число исключенных индивидуальных коэффициентов весомости, находящихся по одну сторону от найденного обобщенного коэффициента весомости, равно или более трех, то должна быть проверена согласованность этих индивидуальных коэффициентов весомости между собой вычислением коэффициента вариации k_v по формуле (8). Достаточная согласованность означает, что в экспертной группе существует подгруппа экспертов, суждения которых близки между собой, но резко отличаются от суждений основной согласованной группы экспертов. В этом случае рабочая группа принимает одно из следующих решений:

вычислить обобщенный нормированный коэффициент весомости, используя индивидуальные коэффициенты весомости только основной согласованной группы;

вычислить два обобщенных нормированных коэффициента весомости j-го показателя: по основной группе и выделенной под-группе. Дальнейшую работу по определению коэффициентов весомости выполнять в двух вариантах;

провести обсуждение разногласий и повторить работу по определению коэффициентов весомости;

заново сформировать экспертную группу.

Если по одну сторону от найденного обобщенного коэффициента весомости находится один или два исключенных индивидуальных коэффициента весомости или если при наличии трех и более исключенных коэффициентов весомости их согласованность оказывается недостаточной, то это означает, что в экспертной группе имеются эксперты, суждения которых резко отличаются как от суждений основной согласованной группы экспертов, так и между собой. В этом случае рабочая группа принимает одно из следующих решений:

принять в качестве окончательного обобщенный нормированный коэффициент весомости j-го показателя, вычисленный по формуле (9) для всех экспертов согласованной группы;

провести заседание экспертной группы, на котором ознакомить экспертов с результатами обработки и принять решение;

заново сформировать экспертную группу.

4.9. После получения окончательных обобщенных нормированных коэффициентов весомости вычисляют нормированные коэффициенты весомости всех единичных показателей качества нижнего уровня относительно комплексного показателя качества нулевого уровня по формуле

$$M_{j,\,k}=\overline{M}'_{j,\,k}\cdot\overline{M}'_{p,\,k-1}\cdot\overline{M}'_{q,\,k-2},\cdot\;.\;.\;.\;.\cdot,\overline{M}'_{l},\quad,$$

где $M_{j,k}$ — нормированный коэффициент весомости j-го единичного показателя, находящегося на k-м уровне относительно комплексного показателя нулевого уровня;

$p,\ q,\ldots,\ l$ — индексы комплексных показателей k—1, k—2-го,..., 1-го уровней, в которые входит j-й единичный показатель.

Например, если j-й единичный показатель находится на третьем уровне и его нормированный коэффициент весомости $\overline{M}'_{j,3}=0{,}8$, а комплексные показатели второго и первого уровней, к которым относится j-й показатель, имеют нормированные коэффициенты весомости соответственно $\overline{M}'_{q,2}=0{,}6$ и $\overline{M}'_{p,1}=0{,}4$, то нормированный коэффициент весомости j-го единичного показателя относительно комплексного показателя нулевого уровня будет:

$$M_{j,\,3}=0{,}8\cdot 0{,}6\cdot 0{,}4=0{,}192.$$

5. ОБРАБОТКА ДАННЫХ ПРИ ОЦЕНКЕ ЕДИНИЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА МЕТОДОМ «ГЛАВНЫХ ТОЧЕК»

5.1. Назначение метода «главных точек»

Метод «главных точек» заключается в построении графиков, называемых «экспертные кривые», характеризующих зависимость значения оценки единичного показателя от его значения в натуральном выражении (м, кг, Н, Вт и т. п.).

Применение графиков дает возможность путем интерполяции находить значения оценок единичных показателей в промежутках между точками, координаты которых определены экспертным методом. Кроме того, применение графиков облегчает определение и анализ зависимостей, повышает точность определения значений оценок и позволяет наглядно отобразить анализируемые зависимости.

5.2. Главные точки и характерные элементы графиков

5.2.1. Главная точка — это значение оцениваемого показателя и качественное (смысловое) описание этого значения. Например, главными точками могут являться максимальное и минимальное значения оцениваемого показателя, среднее значение, значение, соответствующее оптимуму качества, наиболее вероятное значение и др.

5.2.2. Количество главных точек принимают не менее трех, чтобы достаточно полно описать график, сделав возможным его построение. Для построения графика необходимо полностью определить набор его характерных элементов и значения их координат.

5.2.3. Если перед построением графика имеется лишь смысловое описание главной точки, то определение значения ее координаты (соответствующего значения показателя на оси абсцисс) является задачей экспертов. В этом случае значения координаты одной и той же главной точки могут у разных экспертов различаться.

5.2.4. Характерными элементами являются особенности графика, существенные в условиях решаемой задачи оценки качества. Этим особенностям соответствуют качественные (смысловые) описания. Например, характерными элементами графика могут являться точки начала и конца графика, точки экстремума, изломы, скачки, прямолинейные участки, участки кривизны постоянного радиуса и т. д.

5.2.5. Для определения значений ординат характерных элементов предварительно составляют двусторонне-ограниченную балльную шкалу, в которой некоторым точкам, совпадающим с целым числом баллов, поставлено в соответствие качественное (смысловое) описание, характеризующее градации качества. Например, в шкале, приведенной в примере 1 (справочное приложение 14) качественные описания присвоены всем баллам, выражаемым целыми числами, от 1 до 5. Могут применяться шкалы, в которых качественные описания присвоены лишь некоторым точкам, например, совпадающим с нечетным числом баллов.

Построение балльных шкал — по ГОСТ 23554.0—79.

5.3. Получение значений координат характерных элементов при построении индивидуальных графиков

5.3.1. При применении метода «главных точек» значения координат характерных элементов получают способом фиксированных главных точек или способом фиксированных баллов.

5.3.2. Способ фиксированных главных точек применяют, когда главные точки известны до опроса экспертов и зафиксированы на шкале оцениваемого показателя. Следовательно, значения оцениваемого показателя, соответствующие главным точкам, одинаковы для всех экспертов. Эксперт оценивает в баллах эти значения показателя и после нанесения полученных точек в системе координат «значения показателя — баллы» соединяет их плавной линией или отрезками прямых, т. е. строит график (справочное приложение 14, пример 1).

5.3.3. Способ фиксированных баллов применяют в том случае, когда значения координат главных точек неизвестны до опроса экспертов. В этом случае эксперт последовательно определяет значения оцениваемого показателя, соответствующие значению баллов на балльной шкале, для которых имеются качественные описания. После построения графика появляется возможность указать максимальное и минимальное значения оцениваемого показателя, значение, соответствующее оптимуму его полезности, и значения, соответствующие другим главным точкам (справочное приложение 14, пример 2).

5.4. Обработка индивидуальных графиков для построения обобщенного графика

5.4.1. Статистическую обработку индивидуальных графиков зависимости значения оценки единичного показателя от его значения в натуральном выражении проводят с целью построения обобщенного графика. Статистическая обработка заключается в определении согласованности суждений экспертов в отношении набора характерных элементов, согласованности значений координат и усреднении этих значений.

5.4.2. Для определения согласованности суждений в отношении набора характерных элементов графиков рабочая группа выделяет имеющиеся на построенных экспертами индивидуальных графиках характерные элементы и отмечает их на каждом индивидуальном графике.

Некоторые характерные элементы, называемые «общими», встречаются на всех индивидуальных графиках, другие характерные элементы, называемые «особыми», встречаются только на некоторых графиках. Рабочая группа включает общие характерные элементы в обобщенный график. Если все характерные элементы являются общими, то тем самым согласованность в отношении набора характерных элементов достигнута и следует перейти к определению значений координат характерных элементов. Если же имеются особые характерные элементы, то следует провести повторный опрос экспертов.

Если после проведения повторного опроса экспертов в построенных ими индивидуальных графиках вновь имеются особые характерные элементы, то экспертная комиссия принимает одно из следующих решений:

использовать при построении обобщенного графика те характерные элементы, которые имеются более чем в $^2/_3$ индивидуальных графиков;

провести обсуждение полученных результатов и принять решение;

отказаться от применения метода «главных точек» или заново сформировать экспертную группу.

5.4.3. Определение согласованности значений координат характерных элементов состоит в определении согласованности балльных значений оценок, соответствующих фиксированным значениям оцениваемого показателя в главных точках (при применении способа фиксированных главных точек), и в определении согласованности значений оцениваемого показателя в главных точках (при применении способа фиксированных баллов).

5.4.4. Для определения согласованности балльных значений оценок при применении способа фиксированных главных точек в каждой главной точке вычисляют показатель рассеяния:

$$r = \frac{S}{\delta_{max} - \delta_{min}}, \tag{10}$$

где S — среднее квадратическое отклонение индивидуальных балльных значений оценок в данной главной точке;

δ_{max}, δ_{min} — соответственно максимальное и минимальное значения баллов в используемой балльной шкале, т. е. $\delta_{max} - \delta_{min}$ — диапазон шкалы.

$$S = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^{m} (\delta_i - \bar{\delta})^2},$$

где m — количество экспертов;

δ_i — значение оценки i-го эксперта;

$\bar{\delta}$ — среднее арифметическое индивидуальных балльных значений оценок:

$$\bar{\delta}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\delta_i.$$

Если в данной главной точке $r \leqslant 0{,}125$, то согласованность индивидуальных балльных значений оценок достаточная. Если в данной главной точке $r > 0{,}125$, то согласованность индивидуальных балльных значений оценок недостаточная.

5.4.5. Если согласованность индивидуальных значений оценок в анализируемой главной точке недостаточная, то экспертов знакомят с полученными результатами и проводят повторный опрос экспертов (групповым методом с взаимодействием), после чего вновь определяют согласованность. Если после проведения повторного опроса согласованность индивидуальных значений оценок остается недостаточной, то исключают то значение, которое имеет наибольшее абсолютное отклонение от среднего арифметического и вновь производят расчет показателя рассеяния. Эту операцию повторяют до тех пор, пока не будет достигнута достаточная согласованность. При этом число согласованных значений оценок в оставшейся группе должно составлять не менее $^2/_3$ от общего числа значений оценок.

5.4.6. После того, как найдена основная группа достаточно согласованных индивидуальных значений оценок, следует выполнить анализ исключенных значений оценок.

Если число исключенных значений оценок, находящихся по одну сторону от основной согласованной группы, менее трех, то, следовательно, в экспертной группе имеются эксперты, суждения которых существенно отличаются от суждений экспертов согласованной группы.

Если число исключенных значений оценок, находящихся по одну сторону от основной согласованной группы, три или более, то следует проверить согласованность этих значений оценок по формуле (10). Если исключенные значения оценок достаточно согласованы между собой, то, следовательно, в экспертной группе имеется подгруппа экспертов с близкими суждениями, которые отличаются от суждений экспертов основной согласованной группы. Если согласованность исключенных значений оценок недостаточная, то, следовательно, исключенные значения оценок принадлежат отдельным экспертам, суждения которых существенно отличаются как от суждений основной согласованной группы экспертов, так и друг от друга.

5.4.7. Если в экспертной группе обнаружены подгруппы экспертов с близкими суждениями, отличающимися от суждений основной согласованной группы, то экспертная комиссия принимает одно из следующих решений:

построить обобщенный график, используя значения оценок только основной согласованной группы;

построить варианты обобщенного графика, используя отдельно значения оценок основной согласованной группы, и отдельно — согласованной подгруппы. Дальнейшую работу выполнять в двух вариантах. Окончательный вариант принимается на заседании экспертной комиссии;

провести обсуждение разногласий и повторить работу по построению индивидуальных графиков;

отказаться от применения метода «главных точек» или заново сформировать экспертную группу.

5.4.8. Если в экспертной группе обнаружены отдельные эксперты, суждения которых существенно отличаются от суждений основной согласованной группы, то экспертная комиссия принимает одно из следующих решений:

построить обобщенный график, используя значения оценок только основной согласованной группы экспертов;

провести заседание экспертной группы, на котором ознакомить экспертов с результатами обработки и принять решение;

отказаться от применения метода «главных точек» или заново сформировать экспертную группу.

5.4.9. Для определения согласованности значений координат главных точек при осуществлении способа фиксированных баллов устанавливают x_{max} и x_{min} — экстремальные допустимые значения оцениваемого показателя. Если эти значения зафиксированы в нормативно-технической документации на оцениваемую продукцию, то их принимают, исходя из требований этой документации.

Если экстремальные значения определены способом или условиями измерения оцениваемого показателя, то их устанавливают, исходя из способа или условий измерения показателя.

Если экстремальные значения оцениваемого показателя определены экспертами, то их рассчитывают предварительно, как среднее арифметическое соответствующих индивидуальных значений оценок. После проверки согласованности индивидуальных значений оценок по формуле (11) и, при необходимости, исключения резко отклоняющихся значений, находят окончательные значения x_{max} и x_{min}.

Для определения согласованности индивидуальных значений оценок координат главных точек вычисляют показатель рассеяния:

$$r = \frac{S}{x_{max} - x_{min}}, \qquad (11)$$

где S — среднее квадратическое отклонение индивидуальных значений оценок координаты (абсциссы) в анализируемой главной точке:

$$S=\sqrt{\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(x_i-\overline{x})^2},$$

где m — количество экспертов;

x_i — значение координаты, предложенное i-м экспертом;

$\overline{x}$ — среднее арифметическое индивидуальных значений координат в анализируемой главной точке.

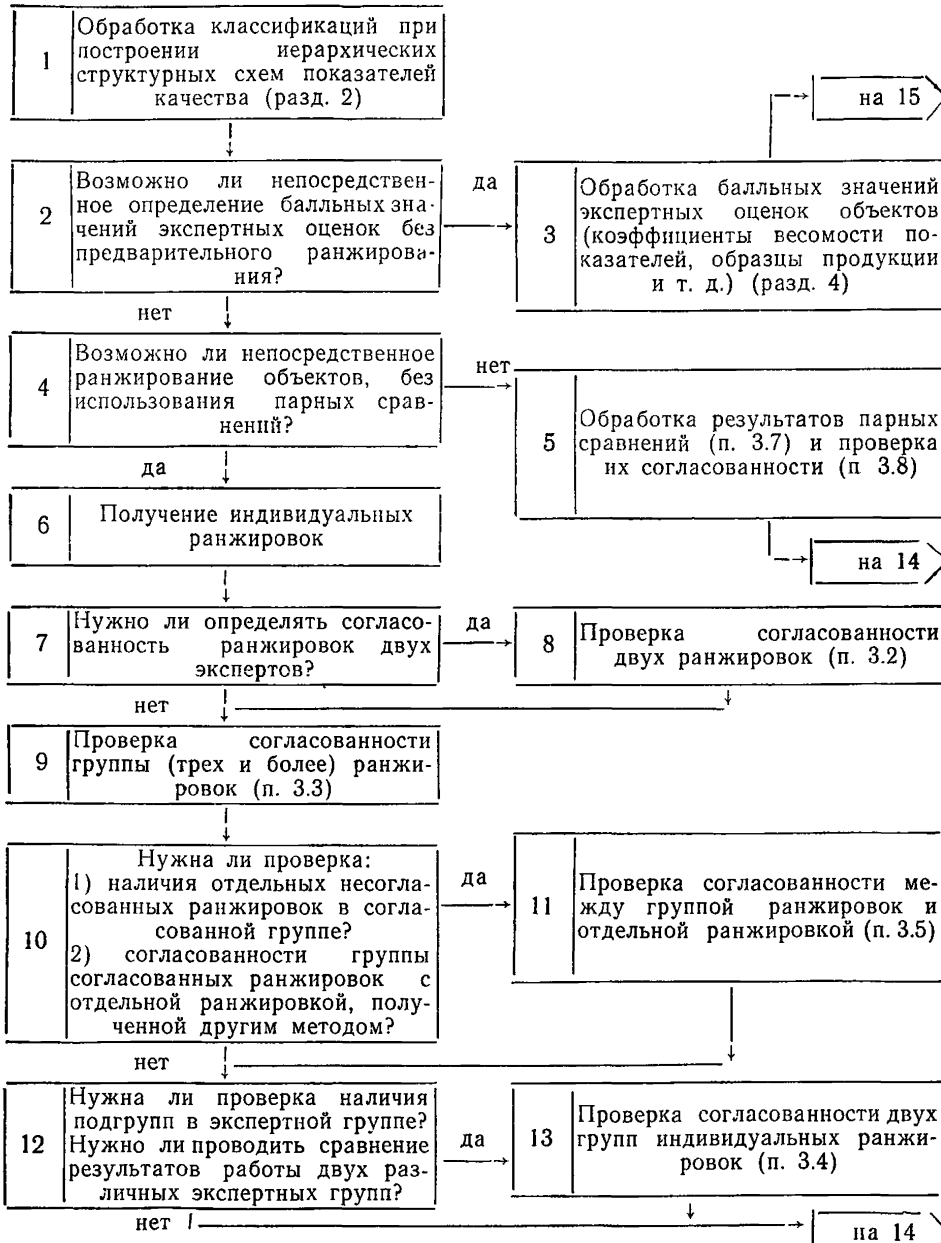
Если $r \leqslant 0{,}125$, то согласованность значений оценок координаты анализируемой главной точки достаточная. Следует вычислить среднее значение по формуле

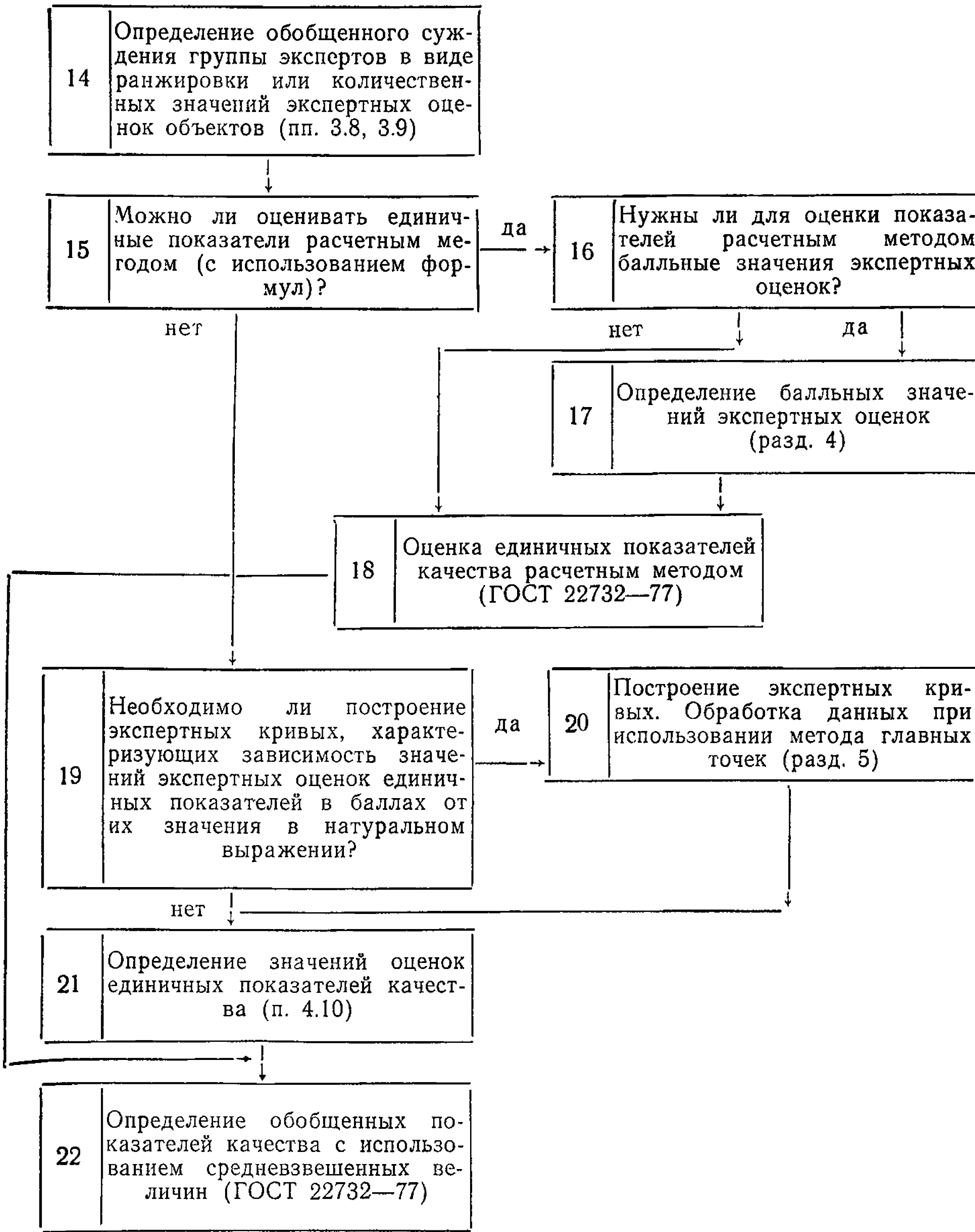
$$\overline{x}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}x_i.$$

Если $r > 0{,}125$, то согласованность значений индивидуальных оценок в этой точке недостаточная. Следует поступать в соответствии с п. 5.4.5.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1
Справочное

СХЕМА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ ЗНАЧЕНИЙ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ





Примечание. При использовании экспресс-метода (ГОСТ 23554.0—79) определения комплексного показателя качества продукции последовательность действий при обработке значений экспертных оценок производится по этой схеме, начиная с блока 3.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Справочное

ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОГЛАСОВАННОСТИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ КЛАССИФИКАЦИЙ ПО СОСТАВУ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

При оценке качества наручных часов в группу эргономических показателей качества шестью экспертами включены 10 единичных показателей, приведенных в табл. 1. Знаком «+» отмечены показатели, включенные экспертами в состав группы.

Таблица 1

Наименование показателя	Показатели, включенные экспертами						α (a)
	I	II	III	IV	V	VI	
1. Удобство заводки механизма	+	+	+	+	+	+	1,0
2. Удобство корректирования показаний секунд (установка секундной стрелки по точному времени)	+	+	+	+		+	5/6
3. Удобство корректирования показаний часов и минут	+	+	+	+		+	5/6
4. Удобство корректирования показаний календаря	+			+	+	+	2/3
5. Удобство управления хронографом	+	+	+	+			2/3
6. Удобство управления сигнальным устройством		+	+	+	+		2/3
7. Соответствие размерам руки	+	+	+	+	+	+	1,0
8. Соответствие форме руки		+			+		1/3
9. Невозможность повреждения при задевании	+	+	+		+	+	5/6
10. Невозможность потери	+	+	+	+	+	+	1,0

Для определения согласованности вычисляют характеристику согласованности $\alpha(a)$ для каждого показателя a, включенного в группу, по формуле

$$\alpha(a)=\frac{m\ (a)}{m}.$$

Полученные значения $\alpha(a)$ приведены в табл. 1.

Исходя из указаний, полученных от заказчика при постановке задачи экспертизы и числа экспертов (кратного трем), рабочая группа приняла для включения показателей в группу критическое значение $\alpha_0(a)$ равное $^2/_3$. Как видно из табл. 1, для девяти из десяти предложенных показателей $\alpha(a)\geqslant{}^2/_3$. Поэтому рабочая группа предложила экспертам разделить показатели на две группы, присвоив комплексному показателю каждой группы свое название. Результаты работы экспертов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Наименование комплексного показателя	Наименование единичных показателей	Показатели, включенные экспертами						α (a)
		I	II	III	IV	V	VI	
Удобство управления	1. Удобство заводки механизма	+	+	+	+	+	+	1,0
	2. Удобство корректирования показаний секунд	+		+	+	+	+	5/6
	3. Удобсгво корректирования показаний часов и минут	+	+	+	+	+	+	1,0
	4 Удобство корректирования показаний календаря	+		+	+	+	+	5/6
	5. Удобство управления хронографом		+	+	+			1/2
	6. Удобство управления сигнальным устройством		+	+	+	+	+	5/6
Удобство ношения	1. Соответствие размерам руки	+	+	+	+			2/3
	2. Соответствие форме руки		+	+			+	1/2
	3. Невозможность повреждения при задевании			+	+	+	+	2/3
	4. Невозможность потери	+	+	+	+	+	+	1,0

Поскольку для показателя 5 в первой группе и показателя 2 во второй группе значения характеристики согласованности $\alpha(a)<{}^2/_3$, они исключаются из групп. Таким образом, в согласованную группу «Удобство управления» входит пять показателей и в согласованную группу «Удобство ношения» — три показателя.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3
Справочное

ВЛИЯНИЕ СВЯЗАННЫХ РАНГОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАНГОВЫХ СТАТИСТИК И ТОЧНОСТЬ НОРМАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА РАНГОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ КЕНДЭЛА τ

В п. 3.2.4 настоящего стандарта рекомендуется при небольшом числе связанных рангов использовать то же распределение ранговых статистик, что и в случае их отсутствия. Приведем примеры сравнения распределений при наличии и отсутствии связей, которые дадут возможность выяснить примерное допустимое число связей, которое можно не учитывать при проверке значимости.

Пример 1. Для коэффициента ранговой корреляции Кендэла τ, $n=10$ объектов, ранжированных без связей и с двумя связями длиной 5 приводятся вероятности $P(\tau \geqslant W)$

W	13	15	17	19	21	23
Точные значения $P(\tau \geqslant w)=P_t$ $n=10$, 2 связи длиной 5	0,1111	0,0754	0,0476	0,0278	0,0159	0,0079
Точные значения $P(\tau \geqslant w)=P$ связей нет	0,1456	0,1082	0,0779	0,0542	0,0363	0,0233
$\frac{P_t - P}{P}$	—0,237	—0,300	—0,380	—0,487	—0,578	—0,661

Пример 2. Для коэффициента τ Кендэла приведем точные процентные точки k — статистики для различных конфигураций связей и $n=25$, где $\tau=k/\binom{n}{2}$

2α %	10	5	1	0,5
Нет связей	58	72	100	110
5 парных связей	57	73	99	109
3 парных и 2 тройных	58	72	100	110
1 тройная, 1 связь четырех объектов	57	73	101	111

Приведенные таблицы дают представление о влиянии связей на распределение ранговых статистик в окрестностях обычных процентных точек.

Пример 3. Для коэффициента τ Кендэла приведем точные и приближенные (нормальная аппроксимация) вероятности $P(k \geqslant k_0)$ и абсолютные ошибки для $n=50$.

2α %	k_0	$P_e(k \geqslant k_0)$	Нормальная аппроксимация $P_N(k \geqslant k_0)$	Ошибка абсолютная	Ошибка относительная
5,0	199	0,048912	0,048836	—0,000071	0,001
1,0	279	0,009748	0,010024	+0,000276	0,028
0,5	307	0,004987	0,005239	+0,000252	0,051
0,1	367	0,000972	0,001101	+0,000129	0,129
0,05	389	0,000479	0,000586	+0,000089	0,179

В последней графе таблицы приведена $[P_e(k \geqslant k_0) - P_N(k \geqslant k_0)] \cdot [P_e(k \geqslant k_0)]^{-1}$ — относительная ошибка. Понятно, что для малых $2\alpha=0{,}001$ и 0,0005 приближение неудовлетворительное. Поэтому при $40 \leqslant n \leqslant 100$ для τ Кендэла нормальная аппроксимация хороша лишь для $\alpha=0{,}01$ и более.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4
Обязательное

ТОЧНЫЕ ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ (α-ПРОЦЕНТНЫЕ ТОЧКИ) СТАТИСТИКИ S_ρ (ДЛЯ α, БЛИЗКИХ К 10, 5 и 1 %)

В таблице приведены значения вероятностей, что случайная величина на $S_\rho = \sum_{j=1}^{n} (R_j - Q_j)^2$ достигнет или превзойдет значение $S = S^{\text{в}}_{\rho,\ \text{табл.}}$. Здесь $R_1, \ldots, R_n$ и $Q_1, \ldots, Q_n$ — две последовательности рангов без связей n объектов.

$n=2$		$n=3$		$n=4$		$n=5$		$n=6$	
S	α	S	α	S	α	S	α	S	α
0	0,500	6	0,167	18	0,167	34	0,117	56	0,121
2	000	8	000	20	042	36	067	58	088
						38	042	62	051
						40	0083	64	029
								66	017
								68	0083
4		10		22		42		72	

Продолжение

$n=7$		$n=8$		$n=9$		$n=10$		$n=11$	
S	α	S	α	S	α	S	α	S	α
88	0,100	126	0,108	176	0,106	238	0,102	312	0,102
94	055	128	098	178	097	240	096	314	096
96	044	136	057	190	054	256	052	336	050
104	012	138	048	192	048	258	048	374	010
106	0062	152	011	212	011	286	010	376	010
		154	0077	214	0086	288	010		
114		170		240		332		442	

Продолжение

$n=12$		$n=13$		$n=14$		$n=15$		$n=16$	
S	α	S	α	S	α	S	α	S	α
400	0,100	502	0,101	620	0,102	756	0,101	910	0,100
428	052	504	098	622	099	758	098	912	098
430	049	538	051	664	050	808	050	970	051
478	010	540	049	666	049	810	049	972	049
480	010	598	010	738	0106	896	010	1074	010
		600	010	740	010	898	010	1076	010
				742	010	900	010	1078	010
574		730		912		1122		1362	

Поскольку распределение S_ρ является симметричным, приведены только верхние процентные точки. Нижние процентные точки, точнее, точки, близкие к 0,10; 0,05 и 0,01, вычисляют по формуле

$$S^{н}_{\rho,\ табл} = f(n) - S^{в}_{\rho,\ табл},$$

где

$$f(n) = [n(n^2-1)/3]+2.$$

Значения $f(n)$ приведены внизу каждого столбца.

Например. $n=7$, $S_\rho=24$, тогда

$$f(7) = 7\cdot(7^2-1)/2+2=114.$$

Тогда $f(n)-S_\rho=114-24=90$, а это значение S_ρ попадает между двумя значениями 88 и 94. Следовательно, соответствующая вероятность лежит между 0,100 и 0,055, $S^{н}_{\rho,\ табл}\ (0,10)=114-88=26$, $S^{н}_{\rho,\ табл}\ (0,055)=114-94=20$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5
Рекомендуемое

ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ТОЧКИ (ДЛЯ α=0,10; 0,05 И 0,01) СТАТИСТИКИ ρ СПИРМЕНА

n	*ρ при α*			*n*	*ρ при α*			*n*	*ρ при α*		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
16	0,341	0,429	0,582	36	0,219	0,279	0,388	62	0,165	0,211	0,296
17	328	414	566	37	216	275	383	64	162	207	291
18	317	401	559	38	212	271	378	66	160	204	287
19	309	391	535	39	210	267	373	68	157	201	282
20	299	380	520	40	207	264	368	70	155	198	278
21	292	370	508	41	204	261	364	72	153	195	274
22	284	361	496	42	202	257	359	74	151	193	271
23	278	353	486	43	199	254	355	76	149	190	267
24	271	344	476	44	197	251	351	78	147	188	264
25	265	337	466	45	194	248	347	80	145	185	260
26	259	331	457	46	192	246	343	82	143	183	257
27	255	324	448	47	190	243	340	84	142	181	254
28	250	317	440	48	188	240	336	86	139	179	251
29	245	312	433	49	186	238	333	88	138	176	248
30	240	306	425	50	184	235	329	90	136	174	245
31	236	301	418	52	180	231	323	92	135	173	243
32	232	296	412	54	177	226	317	94	133	171	240
33	229	291	405	56	174	222	311	96	132	169	238
34	225	287	399	58	171	218	306	98	130	167	235
35	222	283	394	60	168	214	300	100	129	165	233

ПРИЛОЖЕНИЕ 6
Рекомендуемое

ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ТОЧКИ t_α (f) (ДЛЯ α=0,01; 0,05 и 0,10) t-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТЬЮДЕНТА С f СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

f	t при α			f	t при α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	3,078	6,314	31,821	19	1,328	1,729	2,539
2	1,886	2,920	6,965	20	1,325	1,725	2,528
3	1,638	2,353	4,541	21	1,323	1,721	2,518
4	1,533	2,132	3,747	22	1,321	1,717	2,508
5	1,476	2,015	3,365	23	1,319	1,714	2,500
6	1,440	1,943	3,143	24	1,318	1,711	2,492
7	1,415	1,895	2,998	25	1,316	1,708	2,485
8	1,397	1,860	2,896	26	1,315	1,706	2,479
9	1,383	1,833	2,821	27	1,314	1,703	2,473
10	1,372	1,812	2,764	28	1,313	1,701	2,467
11	1,363	1,796	2,718	29	1,311	1,699	2,462
12	1,356	1,782	2,681	30	1,310	1,697	2,457
13	1,350	1,771	2,650	40	1,303	1,684	2,423
14	1,345	1,761	2,624	60	1,296	1,671	2,390
15	1,341	1,753	2,602	120	1,289	1,658	2,358
16	1,337	1,746	2,583	∞	1,282	1,645	2,326
17	1,333	1,740	2,657				
18	1,330	1,734	2,552				

ПРИЛОЖЕНИЕ 7
Обязательное

ТОЧНЫЕ ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ТОЧКИ СТАТИСТИКИ X^2 ФРИДМАНА ДЛЯ α, БЛИЗКИХ К 0,10; 0,05; 0,01

$n=3$ $m=2$		$n=3$ $m=3$		$n=3$ $m=4$		$n=3$ $m=5$		$n=3$ $m=6$	
x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$
4,000	0,167	4,667	0,194	4,500	0,125	4,800	0,124	4,333	0,142
		6,000	028	6,000	069	5,200	093	5,333	072
				6,500	042	6,400	039	6,333	052
				8,000	005	7,600	024	7,000	029
						8,400	008	8,333	012
								9,000	008

Продолжение

$n=3$ $m=7$		$n=3$ $m=8$		$n=3$ $m=9$		$n=3$ $m=10$		$n=3$ $m=11$	
x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$
4,571	0,112	4,750	0,120	4,667	0,107	4,200	0,135	4,909	0,100
5,429	085	5,250	079	5,556	069	5,000	092	5,636	062
6,000	051	6,250	047	6,000	057	5,600	066	6,545	043
7,143	027	9,000	010	6,222	048	6,200	046	8,909	011
8,000	016			8,667	010	8,600	012	9,455	006
8,857	008					9,600	007		

Продолжение

$n=3$ $m=12$		$n=3$ $m=13$		$n=3$ $m=14$		$n=3$ $m=15$		$n=4$ $m=2$	
x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$
4,667	0,108	4,308	0,129	4,429	0,117	4,800	0,106	5,400	0,167
5,167	080	4,769	098	5,143	089	4,933	096	6,000	042
6,167	051	6,000	050	5,571	063	5,733	059		
6,500	038	8,769	012	6,143	049	6,400	047		
8,667	011	9,385	009	9,000	010	8,933	010		
9,500	007								

Продолжение

$n=4$ $m=3$		$n=4$ $m=4$		$n=4$ $m=5$		$n=4$ $m=6$		$n=4$ $m=7$	
x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$
5,800	0,148	6,000	0,105	6,120	0,107	6,200	0,108	6,257	0,100
6,600	075	6,300	094	6,360	093	6,400	098	7,629	052
7,000	054	7,500	052	7,320	055	7,400	056	7,800	041
7,400	033	7,800	036	7,800	044	7,600	043	10,371	010
8,200	017	9,300	012	9,720	012	10,000	010		
9,000	002	9,600	007	9,960	009	10,200	010		

Продолжение

$n=4$ $m=8$		$n=5$ $m=2$		$n=5$ $m=3$		$n=5$ $m=4$		$n=5$ $m=5$	
x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$
6,300	0,100	6,800	0,117	7,200	0,117	7,400	0,113	7,520	0,107
7,500	051	7,200	067	7,467	096	7,600	095	7,680	094
7,650	049	7,600	042	8,267	056	8,600	060	8,800	056
10,350	011	8,000	008	8,533	045	8,800	049	8,960	049
10,500	009			9,867	015	11,000	010		
				10,133	008				

Продолжение

$n=5$ $m=6$		$n=5$ $m=7$		$n=5$ $m=8$		$n=6$ $m=2$		$n=6$ $m=3$	
x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$
7,600	0,102	7,057	0,103	7,700	0,100	8,000	0,121	8,524	0,112
7,753	095	7,771	094	9,200	050	8,286	087	8,714	095
8,933	055	9,029	053	12,300	010	8,857	051	9,667	056
9,067	049	9,114	049			9,143	029	9,857	046
11,867	010	12,114	010			9,429	017	11,571	011
						9,714	008	11,762	009

Продолжение

$n=6$ $m=4$		$n=6$ $m=5$		$n=6$ $m=6$		$n=6$ $m=7$	
x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$	x	$P\{X^2 \geq x\}$
8,857	0,102	8,886	0,103	8,952	0,103	9,200	0,098
9,000	094	9,000	099	9,048	099	10,760	050
10,143	052	10,371	051	10,476	052	12,060	024
10,286	047	10,486	048	10,517	049	14,100	009
12,714	010	13,229	010	13,619	010		

Продолжение

$n=6$ $m=8$		$n=7$ $m=7$		$n=7$ $m=8$	
x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$	x	$P\{X^2 \geqslant x\}$
9,000	0,098	7,710	0,098	7,850	0,098
10,790	050	9,550	050	9,780	049
11,930	024	13.810	010	13,690	010
13,860	009				

Примечание. В таблице приведены значения вероятностей того, что случайная величина

$$X^2 = \frac{12}{mn\ (n+1)} \sum_{j=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{m} R_{ij} - \frac{m\ (n+1)}{2} \right]^2$$

достигнет или превзойдет значение x. (Здесь R_{ij} — ранг j-го объекта, присвоенный ему i-м экспертом, ранжирование без связей), $n=3$, $m=2(1)15$; $n=4(1)6$, $m=2(1)8$; $n=7$, $m=7{,}8$.

В случае, когда число объектов $n=2$, можно воспользоваться двусторонним критерием знаков, а при $m=2$ X^2 и W есть линейные функции от коэффициента ранговой корреляции Спирмена, равные

$$X^2=(n-1)\ (\varrho+1);\ W=\frac{1}{2}\ (\varrho+1).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 8
Рекомендуемое

ТАБЛИЦА ВЕРХНИХ КРИТИЧЕСКИХ (ПРОЦЕНТНЫХ) ТОЧЕК (ДЛЯ $\alpha=0{,}01$; 0,05 И 0,10) РАСПРЕДЕЛЕНИЯ χ^2 С f СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

f	χ^2 при α			f	χ^2 при α		
	0,10	0,05	0,01		0,10	0,05	0,01
1	2,706	3,841	6,635	6	10,645	12,592	16,812
2	4,605	5,991	9,210	7	12,017	14,067	18,475
3	6,251	7,815	11,345	8	13,362	15,507	20,090
4	7,779	9,488	13,277	9	14,684	16,919	21,666
5	9,236	11,071	15,086	10	15,987	18,307	23,209

Продолжение

f	χ^2 при α 0,10	χ^2 при α 0,05	χ^2 при α 0,01	f	χ^2 при α 0,10	χ^2 при α 0,05	χ^2 при α 0,01
11	17,275	19,675	24,725	60	74,397	79,082	88,379
12	18,549	21,026	26,217	61	75,514	80,232	89,591
13	19,812	22,362	27,688	62	76,630	81,381	90,802
14	21,064	23,685	29,141	63	77,745	82,529	92,010
15	22,307	24,996	30,578	64	78,860	83,675	93,217
16	23,542	26,296	32,000	65	79,973	84,821	94,422
17	24,769	27,587	33,409	66	81,085	85,965	95,626
18	25,989	28,869	34,805	67	82,197	87,108	96,828
19	27,204	30,144	36,191	68	83,308	88,250	98,028
20	28,412	31,410	37,566	69	84,418	89,391	99,228
21	29,615	32,671	38,932	70	85,527	90,531	100,425
22	30,813	33,924	40,289	71	86,635	91,670	101,621
23	32,007	35,172	41,638	72	87,743	92,808	102,816
24	33,196	36,415	41,980	73	88,850	93,945	107,862
25	34,382	37,652	44,314	74	89,956	95,081	109,074
26	35,563	38,885	45,642	75	91,061	96,217	106,393
27	36,741	40,113	46,963	76	92,166	97,351	107,583
28	37,916	41,337	48,278	77	93,270	98,484	108,771
29	39,087	42,557	49,588	78	94,374	99,617	109,958
30	40,256	43,773	50,892	79	95,476	100,749	111,144
31	41,422	44,985	52,191	80	96,579	101,879	112,329
32	42,585	46,194	53,486	81	97,680	103,010	113,512
33	43,745	47,400	54,776	82	98,780	104,139	114,695
34	44,903	48,602	56,061	83	99,880	105,267	115,876
35	46,059	49,802	57,342	84	100,980	106,395	117,057
36	47,212	50,998	58,619	85	102,079	107,522	118,236
37	48,363	52,192	59,892	86	103,177	108,648	119,414
38	49,513	53,384	61,162	87	104,275	109,773	120,591
39	50,660	54,572	62,428	88	105,372	110,898	121,767
40	51,805	55,758	63,691	89	106,469	112,022	122,942
41	52,949	56,942	64,950	90	107,565	113,145	124,116
42	54,090	58,124	66,206	91	108,661	114,268	125,289
43	55,230	59,304	67,459	92	108,756	115,390	126,462
44	56,369	60,481	68,710	93	110,850	116,511	127,633
45	57,505	61,656	69,957	94	111,944	117,632	128,803
46	58,461	62,830	71,201	95	113,038	118,752	129,973
47	59,774	64,001	72,443	96	114,131	119,871	131,141
48	60,907	65,023	73,683	97	115,223	120,990	132,309
49	62,038	66,339	74,919	98	116,315	122,108	133,476
50	63,167	67,505	76,154	99	117,407	123,225	134,642
51	64,295	68,669	77,386	100	118,498	124,342	135,807
52	65,422	69,832	78,616	102	120,679	126,574	138,134
53	66,548	70,993	79,843	104	122,858	128,804	140,459
54	67,673	72,153	81,069	106	125,035	131,031	142,780
55	68,796	73,311	82,292	108	127,211	133,257	145,099
56	69,919	74,468	83,513	110	129,385	135,480	147,414
57	71,040	75,624	84,733	112	131,558	137,701	149,727
58	72,160	76,778	85,950	114	133,729	139,921	152,037
59	73,279	77,931	87,166	116	135,898	142,138	154,344

Продолжение

f	χ^2 при α 0,10	χ^2 при α 0,05	χ^2 при α 0,01	f	χ^2 при α 0,10	χ^2 при α 0,05	χ^2 при α 0,01
118	138,066	144,354	156,648	140	161,827	168,613	181,840
120	140,233	146,657	158,950	142	163,980	170,809	184,118
122	142,398	148,779	161,250	144	166,132	173,004	186,393
124	144,562	150,989	163,546	146	168,283	175,198	188,666
126	146,724	153,198	165,841	148	170,432	177,390	190,938
128	148,885	155,405	168,133	150	172,581	179,581	193,208
130	151,045	157,610	170,423	200	226,021	233,994	249,445
132	153,204	159,814	172,711	300	331,789	341,395	359,906
134	155,361	162,016	174,996	400	436,649	447,632	468,724
136	157,518	164,216	177,280	500	540,930	553,127	576,493
138	159,673	166,415	179,561	600	644,800	658,094	683,516

ПРИЛОЖЕНИЕ 9
Рекомендуемое

ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ТОЧКИ (ДЛЯ $\alpha=0{,}05$) F-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ν_1 СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ ЧИСЛИТЕЛЯ И ν_2 СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ ЗНАМЕНАТЕЛЯ F_α [ν_1, ν_2]

ν_2	F при ν_1 1	2	3	4	5	6
1	161,40	199,50	215,70	224,60	230,20	234,00
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74

Продолжение

ν_2	F при ν_1					
	1	2	3	4	5	6
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10

Продолжение

ν_2	F при ν_1					
	7	8	9	10	12	15
1	236,80	238,90	240,50	241,90	243,90	245,90
2	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,43
3	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70
4	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86
5	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62
6	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94
7	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51
8	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22
9	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01
10	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85
11	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72
12	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62
13	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53
14	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46
15	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40
16	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35
17	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31
18	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27
19	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23
20	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20
21	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18
22	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,23
23	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13

Продолжение

ν_2	F при ν_1					
	7	8	9	10	12	15
24	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11
25	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09
26	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07
27	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06
28	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04
29	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03
30	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01
40	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92
60	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84
120	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75
∞	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67

Продолжение

ν_2	F при ν_1						
	20	24	30	40	60	120	∞
1	248,00	249,10	250,10	251,10	252,20	253,30	254,30
2	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,27
8	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,69
27	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65
29	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,64

Продолжение

ν_2	F при ν_1						
	20	24	30	40	60	120	∞
30	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

Таблица допускает линейную интерполяцию по $1/\nu_1$ и $1/\nu_2$. Если ν_1 и ν_2 не совпадают с табличными, то интерполяция выполняется по формулам, приведенным ниже. Пусть нас интересует значение $F(\nu_1, \nu_2)$ такое, что

$$\nu_1^{(-1)} > \nu_1^{(0)} > \nu_1 > \nu_1^{(1)} > \nu_1^{(2)},$$

$$\nu_2^{(-1)} > \nu_2^{(0)} > \nu_2 > \nu_2^{(1)} > \nu_2^{(2)},$$

где $\nu_q^{(к)}$, к$=-1,0,1$, $q=1$, 2 — табличные значения степеней свободы числителя и знаменателя.

Обозначим

$$u_1 = \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_1^{(0)}}\right) \Big/ \left(\frac{1}{\nu_1^{(1)}} - \frac{1}{\nu_1^{(0)}}\right),$$

$$u_2 = \left(\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_2^{(0)}}\right) \Big/ \left(\frac{1}{\nu_2^{(1)}} - \frac{1}{\nu_2^{(0)}}\right),$$

тогда

$$F_\alpha[\nu_1, \nu_2^{(0)}] = F_\alpha[\nu_1^{(0)}, \nu_2^{(0)}] + u_1 \cdot (F_\alpha[\nu_1^{(1)}, \nu_2^{(0)}] - F_\alpha[\nu_1^{(0)}, \nu_2^{(0)}]),$$

$$F_\alpha[\nu_1, \nu_2^{(1)}] = F_\alpha[\nu_1^{(0)}, \nu_2^{(1)}] + u_1(F_\alpha[\nu_1^{(2)}, \nu_2^{(1)}] - F_\alpha[\nu_1^{(0)}, \nu_2^{(1)}]),$$

$$F_\alpha[\nu_1, \nu_2] = F_\alpha[\nu_1, \nu_2^{(0)}] + u_2\,(F_\alpha[\nu_1, \nu_2^{(1)}] - F_\alpha[\nu_1, \nu_2^{(0)})].$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 10
Справочное

ПРОВЕРКА СОГЛАСОВАННОСТИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ РАНЖИРОВОК И ПОЛУЧЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ РАНЖИРОВКИ ПРИ НЕПОЛНЫХ ДАННЫХ

1. Настоящий метод применяют для проверки согласованности и получения обобщенного суждения, если некоторые эксперты не могут ранжировать все объекты, т. е. часть объектов в индивидуальных ранжировках не получает ранги. Используют обозначения п. 3.3 настоящего стандарта, где R_{ij} — ранг j-го объекта, присвоенный ему i-м экспертом, $j=1,\ldots, n$; $i=1,\ldots, m$. В i-й ранжировке имеется k_i рангов, а $n-k_i$ рангов пропущены, $2\leqslant k_i\leqslant n$; S_j — множество ранжировок, в которых есть ранг j-го объекта; количество элементов S_j есть $|S_j|\leqslant m$.

2. Вычисляют y_j, w_{jj}, $w_{jj'}$:

$$y_j=\sum_{i\in S_j}\left(\frac{R_{ij}}{k_i+1}-\frac{1}{2}\right),$$

$$w_{jj}=\frac{1}{12}\sum_{i\in S_j}\frac{k_i-1}{k_i+1},$$

$$w_{jj'}=-\frac{1}{12}\left\{\sum_{i\in S_j\cap S_{j'}}\frac{1}{k_i+1}\right\},$$

где j, j' — номера объектов; $j, j'=1,\ldots, n$, $j\neq j'$.

3. Составляют вектор-столбец

$$\tilde{y}=\begin{pmatrix} y_1 \\ \cdot\;\cdot\;\cdot \\ \cdot\;\cdot\;\cdot \\ y_{n-1}\end{pmatrix}$$ и матрицу $\tilde{W}=\|w_{jj'}\|$, равную $\|w_{jj'}\|$ без последних строки

и столбца, $j, j'=1,\ldots, n-1$, $j\neq j'$.

4. Вычисляют обратную к W матрицу $W^{-1}=\|\tilde{w}_{jj'}{}^{-1}\|$ и квадратичную форму

$$C=\tilde{y}^{\mathrm{T}}\tilde{W}^{-1}\tilde{y}=\sum_{j=1}^{n-1}\sum_{j'=1}^{n-1}y_j\,y_{j'}\,\tilde{w}_{jj'}^{-1},$$

где $\tilde{y}^{\mathrm{T}}$ — вектор-строка $(y_1,\ldots, y_{n-1})$, $\tilde{y}$ — вектор-столбец $(y_1,\ldots, y_{n-1})$. Статистика C асимптотически при $m\to\infty$ распределена как $\chi^2\,(n-1)$ с $n-1$ степенью свободы, поэтому при $C\geqslant\chi^2_\alpha\,(n-1)$ гипотезу о несогласованности отвергают и принимают гипотезу о согласованности.

При n, m меньше указанных ниже применение данного критерия не рекомендуется, так как может приводить к значительной погрешности

$(n=3,\ m\geqslant 10;\ n=4,\ m\geqslant 8;\ n=5,\ m\geqslant 7;\ n\geqslant 6,\ m\geqslant 6)$.

Обобщенное суждение может быть получено в виде значений экспертных оценок или ранжировки. Значения экспертных оценок получают по формулам:

$$M_j = \sum_{i=1}^{|S_j|} R'_{ij} / \left(\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} R'_{ij} \right),$$

где R'_{ij} — преобразованный ранг, равный нулю, если R_{ij} отсутствует, и равный $R'_{ij} = k_i + 1 - R_{ij}$ в противном случае $i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$.

Обобщенные ранжировки получаются в результате ранжирования средних непреобразованных рангов объектов

$$\sum_{i=1}^{|S_j|} R_{i1}/(|S_1|), \quad \sum_{i=1}^{|S_j|} R_{i2}/(|S_2|), \; \ldots \; ; \sum_{i=1}^{|S_j|} R_{ij}/(|S_j|), \; \ldots \; ,$$

$$\sum_{i=1}^{|S_n|} R_{in}/(|S_n|).$$

Пример. Ниже приведена матрица рангов $\|R_{ij}\|$ неполного ранжирования тремя экспертами трех объектов. Требуется проверить согласованность экспертов, задавшись уровнем значимости $\alpha = 0{,}05$,

$$\|R_i\| = \left\| \begin{matrix} 1 & 2 & — \\ — & 1 & 2 \\ 2 & 1 & — \end{matrix} \right\| \text{Вычисляем } \tilde{y}^{\text{т}} = (0, \; -1/6);$$

$$\|w_{ij}\| = \left\| \begin{matrix} 2/36 & -2/36 & 0 \\ -2/36 & 3/36 & -1/36 \\ 0 & -1/36 & 1/36 \end{matrix} \right\|,$$

$$\tilde{W} = \left\| \begin{matrix} 2/36 & -2/36 \\ -2{,}36 & 3/36 \end{matrix} \right\|, \quad \tilde{W}^{-1} = \left\| \begin{matrix} 54 & 36 \\ 36 & 36 \end{matrix} \right\|,$$

$$C = \sum_{j=1}^{n-1} \sum_{j'=1}^{n-1} y_j \, y_{j'} \, \tilde{w}_{jj'}^{-1} = 1.$$

Поскольку $C = 1 < \chi^2_{0,05}(2) = 5{,}991$, то гипотеза об отсутствии согласованности не отвергается.

$$\|R'_{ij}\| = \left\| \begin{matrix} 2 & 1 & — \\ — & 2 & 1 \\ 1 & 2 & — \end{matrix} \right\|, \quad \sum_i \sum_j R'_{ij} = 9.$$

$$M_1 = 3/9, \quad M_2 = 5/4, \quad M_3 = \frac{1}{9}.$$

Обобщенная ранжировка есть (2, 3, 1).

ПРИЛОЖЕНИЕ 11
Рекомендуемое

КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ЗНАЧЕНИЯ СТАТИСТИКИ L (ДЛЯ α=0,01; 0,05 и 0,10)

В таблице приведены значения x, для которых вероятность того, что случайная величина $L=\sum_{j=1}^{n} A_j \sum_{i=1}^{m} R_{ij}$ достигнет или превзойдет x, приблизительно равна 0,01, 0,05 или 0,10. (Здесь $A_1, \ldots, A_n$ — ранги объектов в априорном упорядочении, R_{ij} — ранг j-го объекта, присвоенный ему i-м экспертом, ранжирование без связей).

m	$n=3$			$n=4$			$n=5$		
	L при α			L при α			L при α		
	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10
2		28	27	60	58	56	106	103	100
3	42	41	40	87	84	82	155	150	147
4	55	54	52	114	111	108	204	197	194
5	68	66	65	141	137	134	251	244	240
6	81	79	77	167	163	160	299	291	286
7	93	91	89	193	189	185	346	338	333
8	106	104	102	220	214	211	393	384	379
9	119	116	114	246	240	237	441	431	425
10	131	128	126	272	266	262	487	477	471
11	144	141		298	292		534	523	
12	156	153		324	317		581	570	
13	169	165							
14	181	178							
15	194	190							
16	206	202							
17	218	215							
18	231	227							
19	243	239							
20	256	251							

Продолжение

m	$n=6$			$n=7$			$n=8$		
	L при α			L при α			L при α		
	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10
2	173	166	162	261	252	246	376	362	354
3	252	244	239	382	370	362	549	532	522
4	331	321	315	501	487	478	722	701	690

Продолжение

m	$n=6$			$n=7$			$n=8$		
	L при α			L при α			L при α		
	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10	0,01	0,05	0,10
5	409	397	391	620	603	594	893	869	856
6	486	474	466	737	719	709	1063	1037	1023
7	563	550	542	855	835	823	1232	1204	1189
8	640	625	617	972	950	938	1401	1371	1354
9	717	701	692	1088	1065	1053	1569	1537	1520
10	793	777	767	1205	1180	1167	1736	1703	1685
11	869	852		1321	1295		1905	1868	
12	946	928		1437	1410		2072	2035	

Примечание. Если число объектов $n=2$, можно воспользоваться односторонним критерием знаков. При всех m, n L есть линейная функция от коэффициентов ранговой корреляции Спирмена ϱ_i, $i=1,\ldots,m$.

$$L=\frac{n\,(n^2-1)}{12}\left(\sum_{i=1}^{m}\varrho_i+\frac{3\,m\,(n+1)}{n-1}\right),$$

где

$$\varrho_i=1-\frac{6}{n^3-n}\sum_{i=1}^{m}(A_j-R_{ij})^2;\quad i=1\ ,\ \ldots\ ,\ m.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 12
Рекомендуемое

ТОЧНЫЕ ВЕРХНИЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ПРОЦЕНТНЫЕ) ТОЧКИ ДЛЯ ЧИСЛА КРУГОВЫХ ТРИАД d (ДЛЯ ЗНАЧЕНИЙ α, БЛИЗКИХ К 0,10; 0,05 и 0,01)

В таблице даны значения x, для которых вероятности $P\ \{d \geqslant x\}$ близки к 0,10, 0,05 и 0,01.

$n=4$		$n=5$		$n=6$		$n=7$		$n=8$		$n=9$		$n=10$	
x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$	x	$P\{d\geqslant x\}$
2	0,375	4	0,297	7	0,227	12	0,147	18	0,141	26	0,118	36	0,111
		5	0,023	8	0,081	13	0,036	19	0,051	27	0,055	37	0,059
						14	0,001	20	0,012	28	0,020	38	0,028
										29	0,0024	39	0,0079

Примечание. При числе объектов n равном 10 приближенное значение вероятности $P\ \{d \geqslant x\}$ было определено на основе приближения распределением χ^2.

ПРИЛОЖЕНИЕ 13
Рекомендуемое

ТОЧНЫЕ КРИТИЧЕСКИЕ (ВЕРХНИЕ) ПРОЦЕНТНЫЕ ТОЧКИ $S_{табл}(n, \alpha)$ ДЛЯ СУММЫ КВАДРАТОВ $\sum_{j=1}^{n} a_j^2$.

S при n							
3		3		4		5	
	45		488		52		104
$m=3$	—	$m=12$	518	$m=2$	56	$m=2$	110
	72		569		106		216
4	80	13	603	3	114	3	228
	101		660		176		
5	113	14	692	4	188		
	140		747		266		
6	150	15	779	5	282		
	185		846		372		
7	197	16	882	6	392		
	234		945		498		
8	248	17	989	7	522		
	285		1058				
9	305	18	1098				
	350		1179				
10	372	19	1211				
	417		1296				
11	441	20	1346				

Продолжение

S при n					
6		7		8	
	55		85		126
$m=1$	—	$m=1$	89	$m=1$	132

Примечание. Верхнее число в каждой паре относится к $\alpha=0{,}05$, нижнее — к $\alpha=0{,}01$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 14
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ГЛАВНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ЗНАЧЕНИЙ ОЦЕНОК ЕДИНИЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА В БАЛЛАХ ОТ ИХ ЗНАЧЕНИЙ В НАТУРАЛЬНОМ ВЫРАЖЕНИИ

Пример 1. Построение индивидуального графика при измеримом (количественном) показателе качества способом фиксированных главных точек.

При разработке новой технологии изготовления вазелина потребовалось определить зависимость консистенции вазелина, измеряемой органолептическим методом, от процентного содержания в нем всех видов жидких масел — масляного числа. Для оценки консистенции была разработана балльная шкала следующего вида:

Баллы	Качественные описания изменений консистенции
5	Консистенция полностью соответствует эталону
4	Небольшие изменения консистенции: единичные зерна или комки, незначительно снижена способность вытягивания в нить
3	Умеренные изменения консистенции: встречаются скопления зерен и комки, снижена способность вытягивания в нить
2	Заметные изменения консистенции: ощутимая зернистость и комковатость, при повышении температуры наблюдается выделение капель жидкой фазы, резко снижена способность вытягивания в нить
1	Изменения консистенции резко выражены. Способность вытягивания в нить практически отсутствует. При колебаниях температуры выделяются капли жидкой фазы

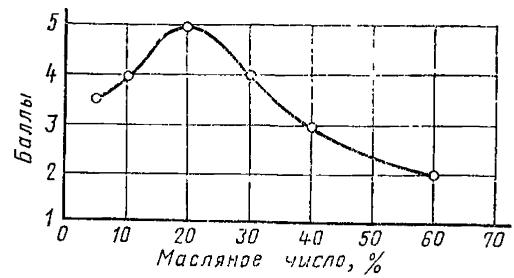
Для того, чтобы эксперты могли приступить к построению индивидуальных графиков, были использованы образцы вазелина с различными значениями масляного числа. Эти значения определяли, исходя из предыдущего опыта аналогичных разработок. Тем самым были зафиксированы значения оцениваемого показателя в главных точках, общие для всех экспертов.

Допустим, некоторый эксперт, анализируя представленные образцы вазелина, назначает следующие значения оценок:

Масляное число, %	5	10	20	30	40	60
Баллы	3,5	4,0	5,0	4,0	3,0	2,0

Эти значения эксперт наносит на координатную сетку и соединяет полученные точки плавной линией (см. черт. 1).

После построения эксперт замечает, что при низких значениях масляного числа (5—15%) на графике имеется перегиб, что не соответствует представлению эксперта о ходе зависимости. Кроме того, эксперт считает, что консистенция вазелина, соответствующая эталону, имеет место не при одном значении масляного числа (20%), как это следует из построенного графика, а в некотором диапазоне его значений (15—25%).

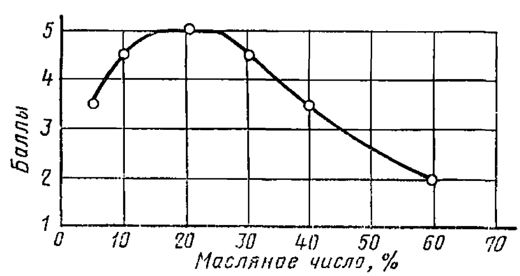


Черт. 1

Поэтому эксперт вновь анализирует образцы вазелина и производит корректировку назначенных значений оценок:

Масляное число, %	5	10	20	30	40	60
Баллы	3,5	4,5	5,0	4,5	3,5	2,0

После корректировки эксперт наносит вновь назначенные значения оценок на координатную сетку и строит скорректированный график (см. черт. 2).



Черт. 2

Пример 2. Построение индивидуального графика при измеримом (количественном) показателе качества способом фиксированных баллов.

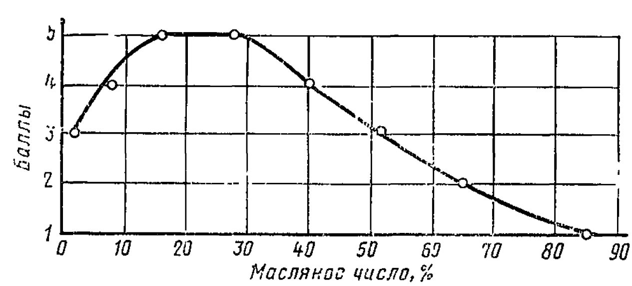
Требуется построить график зависимости сохранности консистенции вазелина от процентного содержания жидких масел. Для этой цели используется ряд образцов вазелина с концентрацией жидких масел от 1 до 90%, причем содержание жидких масел в последовательных образцах изменялось на 1%. Таким образом, главные точки не определены и значения оценок показателя в них предстоит найти эксперту. Эксперт может действовать, например, следующим образом:

начав с образца с минимальным содержанием жидких масел, эксперт доходит до образца, в котором, по его мнению, консистенция соответствует оптимуму и присваивает этому образцу значение оценки 5 баллов. Затем, возвращаясь вдоль ряда образцов назад, в сторону меньших концентраций, эксперт находит образцы, обнаруживающие небольшие и затем умеренные изменения консистенции. Этим образцам он присваивает 4 и 3 балла и фиксирует соответствующие значения концентрации жидких масел. Таким образом, появляется возможность построить левую часть графика (черт. 3). Затем эксперт возвращается к образцу, оцененному в 5 баллов и, продвигаясь в сторону более высоких концентраций, обнаруживает границу плато оптимальности, т. е. образец, консистенция которого все еще остается соответствующей оптимуму. Далее он аналогично находит образцы, оцениваемые в 4, 3 и 2 балла.

Допустим, в результате работы эксперта получены следующие данные:

Баллы	Концентрация жидких масел в отобранных образцах	
	Левая ветвь кривой	Правая ветвь кривой
5	16	28
4	8	40
3	2	52
2		65
1		85

Эти значения эксперт наносит на координатную сетку и соединяет полученные точки плавной линией (черт. 3).



Черт. 3

После построения графика эксперт может провести корректировку назначенных значений оценок и уточнение графика, пользуясь способом, аналогичным изложенному в примере 1.

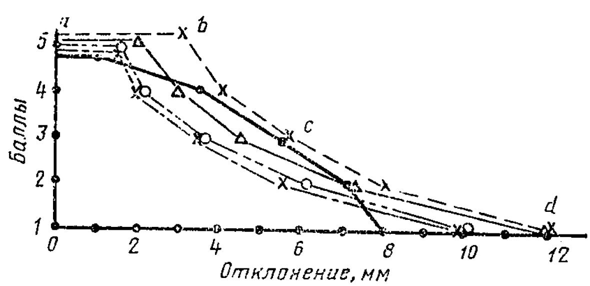
Пример 3. Построение обобщенного графика на основании индивидуальных графиков.

Единичным показателем качества работы исполнительного механизма ткацкого станка является отклонение фактической траектории рабочего органа (ремизки) от заданной, измеряемое в миллиметрах. Чем больше отклонение, тем ниже качество работы станка, так как увеличивается обрывность нити, растет энергопотребление, шум при работе и т. д. Для сравнения ряда предлагаемых конструкций исполнительного механизма по совокупности показателей необходимо найти зависимость значения оценки качества работы механизма от значения отклонения фактической траектории от заданной. Применяя способ фиксированных баллов, пять экспертов определяли искомую зависимость. В табл. 1 приведены значения отклонения в мм, соответствующие указанным в верхней строчке значениям балльных оценок.

Таблица 1

Баллы	5	4	3	2	1
Эксперт 1	1,0	3,5	5,5	7,0	8,0
Эксперт 2	1,5	2,0	3,5	5,5	10,0
Эксперт 3	1,5	2,0	3,5	6,0	10,0
Эксперт 4	2,0	3,0	4,5	7,0	12,0
Эксперт 5	3,0	4,0	5,5	8,0	12,0

На черт. 4 приведены графики, построенные по данным, приведенным в таблице. Требуется проверить согласованность этих графиков.



Черт. 4

Анализ индивидуальных графиков, построенных экспертами, показывает, что не все характерные элементы являются общими. С помощью черт. 4 видно, что общими для всех индивидуальных графиков являются следующие характерные элементы:

участок ab (плато), в пределах которого качество механизма остается оптимальным, т. е. отклонение не сказывается на качестве его функционирования;

точка конца кривой d, соответствующая предельно допустимому отклонению;

участок bcd, в пределах которого качество механизма монотонно падает с нарастанием отклонения.

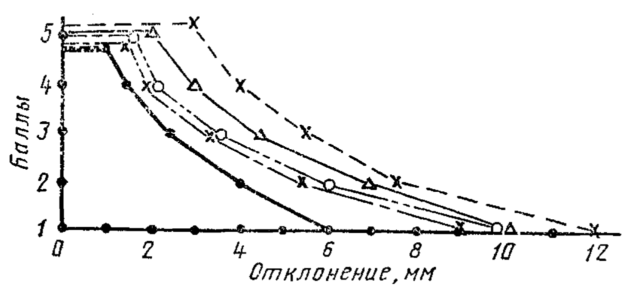
Однако знак кривизны на участке bd для графика, построенного экспертом 1, положительный, а для графиков, построенных другими экспертами — отрицательный. Следовательно, знак кривизны на участке bd является особым характерным элементом и построение обобщенного графика недопустимо.

После проведения дополнительного опроса экспертов ими изменены некоторые из предложенных ранее значений оценок. Уточненные значения оценок приведены в табл. 2.

Таблица 2

Баллы	5	4	3	2	1
Эксперт 1	1,0	1,5	2,5	4,0	6,0
Эксперт 2	1,5	2,0	3,5	5,5	9,0
Эксперт 3	1,5	2,0	3,5	6,0	10,0
Эксперт 4	2,0	3,0	4,5	7,0	10,0
Эксперт 5	3,0	4,0	5,5	7,5	12,0

На черт. 5 приведены индивидуальные графики, построенные по данным табл. 2.



Черт. 5

Анализ индивидуальных графиков, построенных экспертами, показывает, что все характерные элементы являются общими. Поэтому можно переходить к определению согласованности значений координат главных точек.

В соответствии с п. 5.4.9 определяют наименьшее x_{min} и наибольшее x_{max} значения оцениваемого показателя. В данном случае наименьшее значение отклонения принимается $x_{min}=0$, исходя из условий измерения этого показателя. Наибольшее значение оцениваемого показателя определено экспертами, предложившими различные значения предельно допустимого отклонения. Поэтому предварительно найдем это экстремальное значение как арифметическое среднее индивидуальных значений оценок предельно допустимого отклонения:

$$\overline{x}_{max}=\frac{1}{5}(6,0+9,0+10,0+10,0+12,0)=9,4.$$

Найдем показатель рассеяния для главной точки — наибольшего значения оцениваемого показателя:

$$S^2=\frac{1}{4}(3,4^2+0,4^2+0,6^2+0,6^2+2,6^2)=4,79;$$

$$S=\sqrt{4,79}=2,18;$$

$$\overline{x}_{max}-x_{min}=9,4-0=9,4;\quad r=\frac{S}{\overline{x}_{max}-x_{min}}=\frac{2,18}{9,4}=0,23.$$

Поскольку найденное значение r больше 0,125, то индивидуальные значения оценок согласованы недостаточно. Исключаем значение 6,0, как наиболее отклоняющееся от среднего наибольшего значения. Рассчитываем снова $\bar{x}_{max}$, S и r:

$$\bar{x}_{max}=\frac{1}{4}(9,0+10,0+10,0+12,0)=10,25;$$

$$S^2=\frac{1}{3}(1,25^2+0,25^2+0,25^2+1,75^2)=1,57;$$

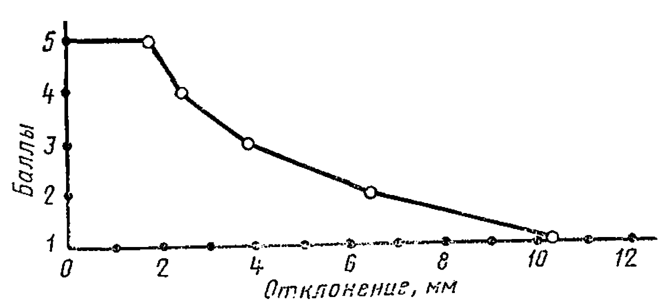
$$S=\sqrt{1,57}=1,25; \qquad r=\frac{1,25}{10,25}=0,12.$$

Теперь согласованность значений оценок в данной главной точке достаточная. Принимаем согласованное среднее $x_{max}=10,3$. Проведя аналогичные расчеты для индивидуальных значений оценок в остальных главных точках, находим (см. табл. 3):

Таблица 3

Баллы	5	4	3	2	1
$\bar{x}$	1,8	2,5	3,9	6,5	10,3
r	0,08	0,11	0,10	0,12	0,12
Примечание	—	—	—	При исключении значения оценки эксперта 1	

Обобщенный график, построенный по данным последней табл. 3, приведен на черт. 6.



Черт. 6

ПРИЛОЖЕНИЕ 15
Справочное

ЛИТЕРАТУРА

1. Азгальдов Г. Г., Райхман Э. П. О квалиметрии. — М.: Изд. стандартов, 1973. — 171 с.
2. Вартазаров И. С., Горлов И. Г., Мартишкин В. В., Столяров А. В., Хвастунов Р. М., Черняк М. М. Комплексные показатели и экспертные кривые в задачах управления энергетики. — М.: Информэнерго, 1979. — 63 с.
3. Гаек Я., Шидак З. Теория ранговых критериев. — М.: Наука, 1971. — 376 с.
4. Дэвид Г. Метод парных сравнений. — М.: Статистика, 1978.—144 с.
5. Кендэл М. Ранговые корреляции. — М.: Статистика, 1975. — 216 с.
6. Ларичев О. И. Наука и искусство принятия решений. — М.: Наука, 1974. — 196 с.
7. Миркин Б. Г. Анализ качественных признаков и структур. — М.: Статистика, 1980. — 319 с.
8. Миркин Б. Г. Проблема группового выбора. — М.: Наука, 1974. — 260 с.
9. Мюллер П., Нойман П., Шторм Р. Таблицы по математической статистике. — М.: Статистика, 1982.
10. Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. — М.: ВЦ АН СССР, 1973. — 586 с.
11. Райхман Э. П., Азгальдов Г. Г. Экспертные методы в оценке качества товаров. — М.: Экономика, 1974. — 150 с.
12. Скворцов В. В. Математический эксперимент в теории разработки нефтяных месторождений. — М.: Наука, 1970. — 224 с.
13. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М. Абрамовича и И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 831 с.
14. Тюрин Ю. Н. Непараметрические методы статистики. — М.: Знание, 1978. — 64 с.
15. Шмерлинг Д. С., Дубровский С. А., Аржанова Т. Д., Френкель А. А. Экспертные оценки. Методы и применение. (Обзор). В кн.: Статистические методы анализа экспертных оценок. — М.: Наука, 1977, с. 290—382 с.
16. Best D. J. Extended tables for Kendall's tau.—Biometrika, 1973, v. 60, 429—430.
17. Hollander M., Wolfe D. A. Nonparametric Statistical Methods—N. Y.: Wiley. 1973.—XIX, 503 p. (в изд-ве «Финансы и статистика» выходит перевод на русский язык).
18. Hollander M., Sethuraman J. Testing for agreement between two groups of judges.—Biometrika, 1978, v. 65, n. 2, p. 403—411 (with comments by W. R. Schucany).
19. Jonge C. de, Van Montfort M. A. T. The null distribution of Spearman's S. when n. 12.—Statistica Neerlandica, 1972, v. 26, n. 1, p. 15—17.
20. Iman R. L., Conover W. J. Approximations of the critical region for the Spearman's rho with and without ties present.— Commun. Statist., 1978, v. B 7, n 3, p. 269—282.
21. Iman R. L., Davenport J. M. Approximations of the critical region of the Friedman statistic.—Commun. Statist.—Theor. Meth. 1980, v. A 9, n. 6, p. 571—595.
22. Odeh R. E. The exact distribution of Page's L—statistic in the two—way layout.—Commun. Statist., 1977, v. B 6, p. 49—61.

23. O d e h R. E. Extended tables of the distribution of Friedman's S—statistic in two—way layout.—Commun. Statist,—Simula Computa, 1977, v. B6, n. 1, p. 29—48.

24. O t t e n A. The null distribution Spearman's S when n 13(1)16.—Statistica Neerlandica, 1973, v. 27; n. 1, p. 19—20.

25. R a g e E. B. Ordered hipotheses for the multiple tretments: a significance test for linear ranks.—J. of the American Statistical Association, 1963, v. 58, p. 216—230.

26. Pocket book of statistical tables, compiled by Odeh R. E., Owen D. B., Birnbaum Z. W., Fisher L.—N. J. and Basel, M. Dekker, 1977,—X, p. 166.

27. P r e n t i c e M. J. On the problem of in incomplete ranking.—Biometrika, 1979, v. 66. pt. 1, p. 167—170.

28. R o b i l l a r d P., Kendall's S distribution with thes in one ranking.—J. of the American Statistical Association, 1972, v. 67, n. 338, p. 453—455.

29. S a c k s S. T., S e l v i n S. A note on the extension of tables for the Friedman statistic.—Statistica Neerlandica, 1979, v. 33, n. 1, p. 51—54.

30. Z a r J. H. Significance testing of the Spearman rank correlation coefficient.—J. of the Amer. Statist. Assoc., 1972, v. 67, n. 339, p. 578—580.

31. S k i l l i n g J. H., M a c k G. A. On the use of a Friedman—type statistic in a balanced and unbalanded block designs.—Technometrics, 1981, v. 23, n. 2, p. 171—177.

32. Б о л ь ш е в Л. Н., С м и р н о в Н. В. Таблицы математической статистики/2-е изд. — М.: ВЦАН СССР, 1968. — 474 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Редактор *Р. С. Федорова*
Технический редактор *А. Г. Каширин*
Корректор *А. Г. Старостин*

Сдано в наб. 08.07.81 Подп. к печ. 02.08.82 4,25 п. л. 4,17 уч.-изд. л. Тир. 20000 Цена 20 коп.

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов, 123557, Москва, Новопресненский пер., 3
Тип. «Московский печатник». Москва, Лялин пер., 6. Зак. 1657