ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ И ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ БИНОМИАЛЬНОГО И ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

ГОСТ 11.010—81

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ
Москва

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ И ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ БИНОМИАЛЬНОГО И ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

ГОСТ 11.010—81

Издание официальное

МОСКВА — 1981

РАЗРАБОТАН Государственным комитетом СССР по стандартам Министерством высшего и среднего специального образования СССР

ИСПОЛНИТЕЛИ

А. М. Бендерский, канд. техн. наук; **Я. П. Лумельский,** канд. физ.-мат. наук; **А. А. Богатырев,** канд. экон. наук; **Ю. Д. Филиппов; Л. С. Сипатрина; Н. Г. Миронова; Л. А. Фомина; Н. Е. Бобров; В. В. Чичагов; В. Н. Сенотова**

ВНЕСЕН Государственным комитетом СССР по стандартам

Член Госстандарта **Б. Н. Лямин**

УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 30 марта 1981 г. № 1666

УДК 658.562.012.7 : 006.354 Группа Т59

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

Прикладная статистика

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ И ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ БИНОМИАЛЬНОГО И ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Applied statistics. Point and interval estimators for parameters of binomial and negative binomial distribution

ГОСТ 11.010—81

Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 30 марта 1981 г. № 1666 срок введения установлен

с 01.01 1982 г.

Настоящий стандарт устанавливает правила определения оценок и доверительных границ для параметров биномиального и отрицательного биномиального распределений по совокупности статистических данных, полученных на производстве в процессе измерений, испытаний и анализов, если эти данные подчиняются биномиальному или отрицательному биномиальному распределениям.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Биномиальное и отрицательное распределения имеют место при независимых испытаниях, в каждом из которых с вероятностью q появляется событие A.

1.2. Если общее число испытаний n задано, то число испытаний Y, в которых появилось событие A, имеет биномиальное распределение.

Для биномиального распределения вероятность принятия случайной величиной Y значения y определяется формулой

$$P(Y=y/q,\ n)=\binom{n}{y}q^{y}(1-q)^{n-y},\ y=0,1\ ,\ .\ .\ .\ n\ , \qquad (1)$$

где

$$\binom{n}{y}=\frac{n!}{y!(n-y)!}.$$

1.3. Если испытания проводят до появления события А точно k раз, то число испытаний X, в которых событие A не появилось, имеет отрицательное биномиальное распределение.

Издание официальное Перепечатка воспрещена

Для отрицательного биномиального распределения вероятность принятия случайной величиной X произвольного целого неотрицательного значения x вычисляют по формуле

$$P(X=x/q,\ k)=\binom{k+x-1}{k-1}\cdot q^k(1-q)^x,\ x=0,1\ ,\ \ldots \qquad (2)$$

Общее число испытаний здесь является случайной величиной $(X+k)$.

1.4. В справочном приложении 1 приведены примеры применения правил стандарта, в справочном приложении 2 — теоретические основы стандарта.

2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

2.1. Несмещенная оценка $\hat{q}$ для параметра q биномиального распределения совпадает с оценкой максимального правдоподобия и вычисляется по формуле $\hat{q}=y/n$.

2.2. Несмещенную оценку дисперсии $V\hat{q}$ находят при $n\geqslant 2$ по формуле

$$\hat{V}\hat{q}=\frac{y\cdot(n-y)}{n^2\cdot(n-1)}. \qquad (4)$$

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРА БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

3.1. Верхнюю и нижнюю доверительные границы $q_в$ и $q_н$ для параметра q биномиального распределения определяют по наблюденному значению y при односторонней доверительной вероятности γ из следующего ряда: 0,8000; 0,9000; 0,9500; 0,9750; 0,9900; 0,9950; 0,9975, 0,9990.

3.2. Доверительные границы $q_н$ и $q_в$ образуют доверительный интервал для параметра q, соответствующий доверительной вероятности $\gamma^*=2\gamma-1$.

3.3. Доверительные границы $q_в$ и $q_н$ для параметров биномиального распределения приведены в табл. 1—8 для пар значений y, $n-y$ ($y=0, 1, \ldots, 10$; $n-y=1, 2, \ldots, 12, 15, 20, 25, 50, 100$). Каждая из таблиц отвечает одному из значений γ, перечисленных в п. 3.1. В выбранной по значению γ таблице паре значений y и $n-y$ соответствуют два числа, верхнее из которых равно 10000 $q_в$, нижнее — 10000 $q_н$.

3.4. Доверительные границы параметра q в случае значений y и n таких, что пара y и $n-y$ отсутствует в табл. 1—8, определяются согласно пп. 3.5—3.7.

Таблица 1

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,8000$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8000 0000	8944 1056	9283 2871	9457 4175	9564 5098	9635 5776	9686 6291	9725 6696	9755 7022	9779 7290	9899 7514
2	5528 0000	7129 0717	7877 2123	8314 3266	8601 4146	8805 4832	8956 5379	9074 5823	9167 6191	9244 6499	9307 6762
3	4152 0000	5825 0543	6734 1686	7314 2686	7717 3501	8014 4163	8243 4709	8424 5163	8571 5548	8693 5876	8796 6161
4	3313 0000	4902 0436	5854 1399	6499 2283	6968 3032	7325 3661	7606 4191	7833 4643	8021 5032	8178 5369	8312 5664
5	2752 0000	4224 0365	5168 1195	5837 1986	6339 2675	6732 3268	7047 3779	7307 4221	7524 4606	7709 4945	7868 5444
6	2353 0000	3709 0314	4621 1044	5291 1757	5809 2394	6221 2953	5559 3441	6840 3870	7079 4249	7284 4585	7461 4884
7	2054 0000	3304 0275	4177 0926	4837 1576	5357 2167	5779 2693	6130 3160	6426 3574	6679 3944	6899 4274	7091 4572
8	1822 0000	2978 0245	3809 0833	4452 1429	4968 1979	5394 2476	5751 2921	6056 3321	6320 3680	6550 4004	6753 4298
9	1637 0000	2710 0221	3501 0756	4124 1307	4631 1822	5055 2291	5415 2716	5726 3101	5996 3450	6233 3767	6444 4056
10	1487 0000	2486 0201	3238 0693	3839 1204	4336 1688	4756 2132	5116 2539	5428 2909	5702 3247	5944 3556	6160 3840
11	1361 0000	2296 0184	3011 0639	3592 1117	4076 1572	4489 1994	4846 2383	5159 2740	5435 3067	5680 3368	5900 3646
12	1255 0000	2133 0170	2814 0593	3373 1041	3848 1471	4251 1873	4604 2245	4915 2589	5191 2906	5438 3199	5660 3471
15	1017 0000	1758 0138	2352 0488	2853 0865	3285 1233	3665 1584	4001 1914	4302 2223	4573 2512	4819 2782	5043 3034
20	0773 0000	1660 0106	1846 0376	2268 0675	2642 0972	2978 1260	3282 1536	3559 1799	3813 2049	4044 2285	4263 2509
25	0623 0000	1108 0085	1519 0306	1882 0553	2209 0802	2507 1047	2781 1283	3034 1511	3268 1730	3487 1939	3691 2140
50	0317 0000	0576 0044	0805 0159	1016 0291	1213 0428	1399 0567	1576 0704	1744 0840	1904 0974	2058 1105	2205 1233
100	0160 0000	0294 0022	0415 0081	0529 0149	0638 0222	0443 0296	0844 0370	0942 0445	1037 0520	1130 0594	1220 0668

Таблица 2

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9000$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9000 0000	9487 0513	9655 1958	9740 3205	9791 4164	9826 4897	8651 5474	9869 9838	9884 6316	9895 6632	9905 6898
2	6838 0000	8042 0345	8574 1426	8878 2466	9074 3332	9212 4038	9314 4618	9392 5099	9455 5504	9505 5848	9548 6145
3	5358 0000	6795 0260	7534 1122	7991 2009	8304 2786	8531 3446	8705 4006	8842 4483	8952 4892	9043 5247	9120 5557
4	4377 0000	5839 0209	6668 0926	7214 1696	7603 2397	7896 3010	8124 3542	8308 4005	8458 4410	8584 4766	8691 5080
5	3690 0000	5103 0174	5962 0788	6554 1469	6990 2104	7327 2673	7995 3177	7813 3623	7995 4018	8449 4369	8280 4683
6	3187 0000	4526 0149	5382 0686	5994 1295	6458 1876	6823 2405	7118 2882	7663 3309	7568 3691	7744 4035	7896 3446
7	2803 0000	4062 0131	4901 0608	5517 1158	5995 1692	6377 2187	6691 2637	6954 3046	7178 3415	7371 3750	7539 4055
8	2501 0000	3684 0116	4496 0545	5108 1048	5590 1542	5982 2005	6309 2432	6585 2822	6822 3178	7027 3504	7208 3802
9	2257 0000	3368 0105	4152 0495	4753 0957	5234 1416	5631 1851	5965 2256	6250 2629	6496 2973	6712 3288	6902 3579
10	2057 0000	3102 0095	3855 0452	4443 0880	4920 1309	5317 1720	5654 2104	5945 2461	6198 2792	6421 3098	6618 3382
11	1889 0000	2875 0087	3598 0417	4170 0815	4640 1218	5035 1606	5374 1972	5667 2314	5925 2633	6152 2929	6356 3205
12	1746 0000	2678 0081	3372 0387	3928 0759	4389 1138	4781 1506	5118 1855	5413 2183	5673 2491	5905 2778	6112 3046
15	1423 0000	2222 0066	2837 0317	3344 0629	3775 0951	4149 1269	4477 1575	4768 1867	5029 2144	5264 2406	5477 2653
20	1087 0000	1729 0050	2242 0244	2678 0489	3059 0747	3397 1006	3700 1260	3974 1505	4224 1741	4452 1968	4663 2184
25	0880 0000	1415 0040	1853 0199	2232 0400	2570 0615	2874 0834	3150 1050	3404 1261	3638 1466	3855 1665	4056 1857
50	0450 0000	0741 0021	0991 0103	1217 0210	1426 0327	1621 0449	1805 0573	1979 0697	2144 0820	2301 0942	2451 1063
100	0228 0000	0380 0010	0513 0052	0637 0107	0754 0169	0865 0233	0972 0300	1076 0368	1175 0436	1272 0504	1366 0573

Таблица 3

$n-y$	$q_{в} \times 10^4$ и $q_{н} \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}9500$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9500 0000	9747 0253	9830 1354	9873 2486	9898 3426	9915 4182	9927 4793	9936 5293	9943 5709	9949 6058	9953 6356
2	7764 0000	8646 0170	9024 0976	9236 1893	9372 2713	9466 3413	9536 4003	9590 4504	9632 4931	9667 5299	9695 5619
3	6316 0000	7514 0127	8107 0764	8468 1532	8712 2253	8889 2892	9023 3449	9127 3934	9212 4356	9281 4727	9340 5054
4	5271 0000	6574 0102	7287 0628	7747 1288	8071 1929	8312 2514	8500 3035	8649 3498	8771 3909	8873 4274	8960 4600
5	4507 0000	5818 0085	6587 0534	7108 1111	7486 1688	7776 2224	8004 2712	8190 3152	8343 3548	8473 3904	8583 4226
6	3930 0000	5207 0073	5997 0464	6551 0977	6965 1500	7288 1996	7547 2453	7760 2870	7939 3250	8091 3596	8222 3910
7	3482 0000	4707 0064	5496 0410	6066 0873	6502 1351	6848 1810	7130 2240	7364 2636	7563 3000	7733 3334	7881 3640
8	3123 0000	4291 0057	5069 0368	5644 0788	6091 1229	6452 1657	6750 2061	7000 2437	7214 2786	7399 3108	7560 3406
9	2831 0000	3942 0051	4701 0333	5273 0719	5726 1127	6096 1527	6404 1909	6666 2267	6892 2601	7088 2912	7261 3201
10	2589 0000	3644 0047	4381 0305	4946 0660	5400 1040	5774 1417	6090 1778	6360 2119	6594 2440	6799 2739	6980 3020
11	2384 0000	3387 0043	4101 0281	4657 0611	5108 0967	5483 1321	5803 1664	6078 1990	6319 2297	6531 2587	6719 2858
12	2009 0000	3163 0039	3854 0260	4398 0568	4844 0903	5219 1238	5540 1563	5819 1875	6064 2171	6281 2450	6475 2713
15	1810 0000	2640 0032	3262 0213	3767 0470	4191 0753	4556 1041	4874 1324	5155 1599	5405 1863	5629 2116	5832 2356
20	1391 0000	2067 0024	2595 0164	3036 0365	3418 0590	3754 0823	4054 1056	4323 1285	4567 1509	4790 1725	4994 1933
25	1129 0000	1698 0020	2153 0133	2542 0298	2884 0485	3190 0681	3467 0878	3719 1074	3951 1268	4165 1456	4363 1640
50	0582 0000	0897 0010	1162 0069	1398 0156	1615 0257	1817 0365	2006 0477	2183 0591	2351 0705	2511 0820	2663 0933
100	0295 0000	0461 0005	0604 0035	0736 0080	0859 0132	0975 0189	1087 0249	1194 0311	1297 0374	1397 0438	1493 0502

Таблица 4

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9750$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9750 0000	9874 0126	9916 0943	9937 1941	9949 2836	9958 3588	9964 4212	9968 4735	9972 5175	9975 5550	9977 5872
2	8419 0000	9057 0084	9324 0676	9473 1466	9567 3338	9633 2904	9681 3491	9719 3999	9748 4439	9772 4822	9791 5159
3	7076 0000	8059 0063	8534 0527	8819 1181	9010 1841	9148 2449	9251 2993	9333 3475	9398 3903	9451 4281	9496 4619
4	6024 0000	7164 0051	7772 0433	8159 0990	8430 1570	8630 2120	8784 2624	8907 3079	9008 3489	9091 3857	9161 4190
5	5217 0000	6412 0042	7096 0367	7551 0852	7880 1327	8129 1871	8325 2338	8483 2767	8614 3158	8724 3514	8818 3838
6	4593 0000	5787 0036	6509 0319	7007 0749	7376 1216	7662 1675	7891 2109	8078 2513	8234 2886	8366 3229	8480 3543
7	4096 0000	5265 0032	6001 0281	6525 0667	6921 1093	7233 1517	7487 1922	7696 2304	7873 2659	8025 2988	8156 3292
8	3694 0000	4825 0028	5561 0252	6097 0602	6511 0992	6842 1386	7114 1766	7341 2127	7535 2465	7702 2781	7847 3076
9	3363 0000	4450 0025	5178 0228	5719 0549	6443 0909	6486 1276	6771 1634	7012 1975	7219 2298	7398 2602	7555 2886
10	3085 0000	4128 0023	4841 0209	5381 0504	5810 0839	6162 1182	6457 1520	6708 1844	6924 2153	7114 2445	7280 2720
11	2849 0000	3848 0021	4545 0192	5080 0466	5510 0779	5866 1102	6167 1421	6425 1730	6650 2025	6847 2306	7022 2571
12	2646 0000	3603 0019	4281 0178	4809 0433	5238 0727	5596 1031	5901 1334	6164 1629	6395 1912	6598 2182	6779 2439
15	2180 0000	3023 0016	3644 0146	4142 0358	4557 0605	4910 0866	5218 1128	5487 1386	5727 1638	5941 1880	6133 2113
20	1684 0000	2382 0012	2916 0112	3359 0278	3738 0474	4070 0683	4365 0897	4628 4444	4867 1322	5083 1528	5081 1729
25	1372 0000	1964 0010	2429 0091	2823 0227	3166 0389	3472 0564	3747 0745	3997 0928	4226 1109	4436 1288	4630 1464
50	0711 0000	1045 0005	1321 0047	1566 0118	1789 0206	1995 0302	2188 0403	2368 0508	2538 0615	2699 0722	2852 0829
100	0362 0000	0539 0003	0690 0024	0828 0060	0956 0106	1076 0156	1191 0211	1302 0267	1407 0325	1510 0385	1608 0445

Таблица 5

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9900$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9900 0000	9950 0050	9967 0589	9975 1409	9980 2221	9983 2943	9986 3566	9987 4101	9989 4560	9990 4956	9991 5302
2	9000 0000	9411 0033	9580 0420	9673 1056	9732 1731	9773 2363	9803 2932	9826 3437	9845 3883	9859 4277	9872 4627
3	7846 0000	8591 0025	8944 0327	9153 0847	9292 1423	9392 1982	9467 2500	9525 2971	9572 3396	9610 3778	9642 4122
4	6838 0000	7779 0020	8269 0268	8577 0708	8790 1210	8947 1710	9068 2183	9163 2622	9241 3024	9305 3391	9360 3726
5	6019 0000	7057 0017	7637 0227	8018 0608	8290 1053	8496 1504	8656 1940	8785 2349	8892 2729	8981 3080	9056 3403
6	5358 0000	6434 0014	7068 0197	7500 0533	7817 0932	8060 1344	8254 1746	8412 2129	8543 2488	8654 2823	8749 3134
7	4821 0000	5899 0013	6563 0174	7029 0475	7378 0837	7651 1215	7871 1588	8053 1947	8205 2287	8335 2607	8448 2906
8	4377 0000	5440 0011	6117 0155	6604 0428	6976 0759	7271 1108	7512 1457	7713 1795	7883 2117	8029 2422	8156 2710
9	4005 0000	5044 0010	5723 0141	6222 0390	6609 0695	6920 1019	7177 1346	7393 1665	7578 1971	7737 2263	7876 2540
10	3690 0000	4698 0009	5373 0128	5878 0358	6274 0640	6597 0944	6866 1251	7094 1552	7290 1844	7460 2124	7610 2390
11	3421 0000	4395 0008	5062 0118	5567 0331	5969 0594	6299 0878	6577 1168	6814 1454	7020 1733	7199 2001	7358 2257
12	3187 0000	4128 0008	4783 0110	5285 0307	5690 0554	6025 0822	6309 1096	6553 1368	6766 1634	6953 1891	7119 2138
15	2644 0000	3488 0006	4099 0090	4583 0254	4983 0461	5321 0688	5613 0925	5868 1162	6094 1397	6295 1625	6476 1848
20	2057 0000	2768 0005	3305 0069	3745 0196	4118 0360	4443 0542	4729 0734	4984 0929	5214 1125	5422 1318	5612 1508
25	1682 0000	2293 0004	2766 0056	3162 0160	3505 0295	3808 0447	4080 0609	4325 0774	4549 0942	4754 1109	4943 1274
50	0880 0000	1232 0002	1520 0029	1773 0084	2002 0156	2213 0239	2408 0328	2591 0423	2762 0520	2925 0619	3078 0718
100	0450 0000	0639 0001	0799 0015	0942 0043	1076 0080	1201 0123	1320 0171	1433 0222	1542 0274	1647 0329	1748 0384

Таблица 6

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9950$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9950 0000	9975 0025	9983 0414	9987 1109	9990 1851	9992 2540	9993 3151	9994 3685	9994 4150	9995 4557	9995 4914
2	9293 0000	9586 0017	9706 0294	9771 0828	9813 1436	9842 2030	9863 2578	9879 3074	9891 3518	9902 3916	9910 4271
3	8290 0000	8891 0013	9172 0229	9337 0663	9447 1177	9525 1697	9584 2191	9630 2649	9667 3067	9697 3448	9722 3794
4	7341 0000	8149 0010	8564 0187	8823 0553	9001 0999	9132 1461	9232 1909	9312 2332	9376 2725	9429 3087	9474 3421
5	6534 0000	7460 0008	7970 0158	8303 0475	8539 0868	8717 1283	8855 1693	8966 2085	9058 2454	9134 2799	9199 3118
6	5865 0000	6849 0007	7422 0137	7809 0416	8091 0768	8307 1145	8478 1522	8617 1887	8733 2234	8830 2561	8914 2868
7	5309 0000	6315 0006	6926 0121	7351 0370	7668 0688	7915 1034	8113 1383	8276 1724	8413 2051	8529 2362	8629 2656
8	4843 0000	5850 0006	6482 0109	6933 0333	7275 0624	7546 0942	7766 1267	7949 1587	8103 1897	8236 2193	8351 2474
9	4450 0000	5443 0005	6085 0098	6552 0303	6913 0571	7201 0866	7439 1170	7638 1471	7807 1764	7953 2047	8081 2316
10	4113 0000	5086 0005	5729 0090	6206 0278	6579 0526	6882 0801	7132 1086	7344 1371	7526 1649	7684 1919	7823 2177
11	3822 0000	4770 0004	5410 0083	5892 0257	6273 0488	6585 0745	6846 1014	7068 1284	7260 1549	7428 1806	7576 2055
12	3569 0000	4490 0004	5123 0076	5605 0239	5991 0455	6310 0697	6579 0951	6809 1207	7009 1460	7185 1707	7340 1946
15	2976 0000	3814 0003	4413 0063	4884 0197	5271 0378	5598 0583	5878 0801	6123 1024	6338 1246	6530 1455	6702 1679
20	2327 0000	3043 0002	3577 0048	4012 0153	4379 0295	4698 0459	4977 0635	5226 0817	5449 1002	5651 1185	5834 1367
25	1910 0000	2529 0002	3004 0039	3399 0124	3740 0242	4040 0378	4308 0526	4550 0680	4769 0838	4970 0996	5155 1154
50	1005 0000	1368 0001	1663 0020	1921 0065	2153 0127	2366 0201	2563 0283	2747 0371	2919 0461	3082 0554	3235 0649
100	0516 0000	0713 0000	0877 0010	1025 0033	1162 0065	1290 0104	1411 0147	1527 0194	1637 0243	1743 0294	1846 0346

Таблица 7

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}9975$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9975 0000	9987 0013	9992 0292	9994 0875	9995 1546	9996 2195	9996 2788	9997 3315	9997 3782	9997 4194	9998 4559
2	9500 0000	9708 0008	9793 0207	9839 0651	9869 1195	9889 1747	9904 2272	9915 2755	9924 3193	9931 3590	9937 3948
3	8643 0000	9125 0006	9349 0161	9480 0520	9566 0977	9628 1457	9674 1926	9710 2367	9739 2776	9763 3153	9782 3498
4	7764 0000	8454 0005	8805 0131	9023 0434	9172 0828	9282 1252	9665 1675	9431 2080	9485 2462	9529 2817	9566 3147
5	6983 0000	7805 0004	8253 0111	8543 0372	8748 0718	8902 1098	9021 1483	9117 1857	9196 2214	9261 2550	9317 2865
6	6316 0000	7212 0004	7728 0096	8074 0326	8325 0635	8517 0979	8669 1331	8792 1678	8893 2013	8979 2331	9053 2631
7	5751 0000	6685 0003	7245 0085	7633 0290	7920 0569	8143 0883	8322 1208	8468 1532	8591 1846	8695 2147	8785 2434
8	5271 0000	6218 0003	6807 0076	7224 0261	7538 0515	7786 0804	7987 1107	8154 1409	8295 1705	8415 1991	8519 2265
9	4861 0000	5806 0003	6410 0069	6847 0237	7183 0471	7450 0739	7669 1021	7953 1305	8009 1585	8143 1867	8260 2119
10	4507 0000	5441 0002	6052 0063	6502 0218	6853 0434	7135 0683	7369 0947	7566 1215	7735 1481	7881 1740	8009 1991
11	4200 0000	5116 0002	5729 0058	6187 0201	6547 0402	6841 0635	7086 0884	7295 1137	7474 1390	7631 1637	7769 1877
12	3930 0000	4826 0002	5436 0054	5897 0187	6265 0375	6567 0594	6821 0828	7038 1069	7227 1309	7392 1546	7538 1776
15	3293 0000	4119 0002	4704 0044	5162 0154	5536 0311	5850 0497	6120 0697	6354 0905	6560 1116	6743 1325	6906 1531
20	2589 0000	3304 0001	3833 0034	4262 0119	4623 0243	4934 0390	5206 0552	5448 0722	5665 0896	5860 1071	6038 1245
25	2131 0000	2755 0001	3230 0027	3623 0097	3961 0199	4257 0322	4521 0457	4758 0601	4973 0749	5170 0899	5350 1049
50	1129 0000	1501 0000	1801 0014	2063 0051	2297 0105	2512 0171	2710 0246	2894 0327	3067 0411	3229 0499	3383 0589
100	0582 0000	0785 0000	0954 0007	1105 0026	1245 0054	1375 0088	1499 0128	1616 0171	1728 0217	1835 0264	1939 0314

Таблица 8

$n-y$	$q_в \times 10^4$ и $q_н \times 10^4$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9990$ и значении y										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9990 0000	9995 0005	9997 0184	9997 0640	9998 1220	9998 1814	9999 2375	9999 2887	9999 3349	9999 3763	9999 4134
2	9684 0000	9816 0003	9870 0130	9899 0476	9917 0940	9930 1438	9940 1927	9947 2388	9952 2815	9957 3207	9961 3564
3	9000 0000	9360 0003	9524 0101	9621 0379	9684 0767	9730 1196	9763 1629	9790 2046	9811 2441	9828 2808	9842 3149
4	8222 0000	8780 0002	9660 0083	9233 0316	9352 0648	9438 1025	9504 1413	9556 1794	9598 2159	9632 2503	9662 2827
5	7488 0000	8186 0002	8562 0070	8804 0270	8975 0562	9102 0898	9201 1249	9279 1599	9344 1938	9398 2262	9443 2568
6	6838 0000	7625 0001	8073 0060	8371 0237	8587 0496	8751 0799	8880 1120	8984 1443	9071 1759	9143 2064	9206 2355
7	6272 0000	7113 0001	7612 0053	7954 0210	8206 0444	8401 0721	8557 1016	8684 1316	8791 1612	8881 1899	8959 2176
8	5783 0000	6651 0001	7185 0048	7559 0189	7841 0402	8062 0656	8241 0929	8388 1209	8513 1487	8619 1760	8711 2023
9	5358 0000	6237 0001	6793 0043	7192 0172	7497 0365	7738 0602	7936 0857	8101 1119	8240 1381	8361 1639	8465 1890
10	4988 0000	5866 0001	6436 0039	6851 0158	7173 0338	7432 0557	7645 0794	7824 1041	7977 1289	8110 1535	8225 1775
11	4663 0000	5534 0001	6109 0036	6537 0146	6871 0314	7143 0517	7369 0741	7560 0974	7724 1209	7867 1443	7993 1672
12	4377 0000	5234 0001	5812 0034	6246 0135	6590 0292	6872 0483	7108 0694	7309 0915	7483 1139	7635 1362	7769 1582
15	3690 0000	4495 0001	5060 0027	5499 0112	5856 0242	6154 0404	6409 0584	6630 0774	6824 0969	6996 1166	7149 1361
20	2921 0000	3630 0000	4151 0021	4569 0086	4920 0189	5222 0317	5485 0462	5718 0616	5926 0777	6113 0940	6282 1105
25	2414 0000	3040 0000	3512 0017	3901 0070	4234 0155	4524 0261	4782 0382	5013 0512	5223 0649	5413 0788	5588 0930
50	1290 0000	1671 0000	1977 0009	2242 0037	2479 0081	2695 0139	2894 0205	3078 0278	3251 0356	3413 0437	3566 0520
100	0657 0000	0878 0000	1052 0004	1208 0019	1351 0042	1484 0072	1609 0106	1729 0145	1842 0187	1951 0231	2056 0277

Таблица 9

y	Значение коэффициента $Z_в$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
1	5,989	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	16,424	18,467
2	8,558	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	20,249	22,458
3	11,030	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	23,774	26,125
4	13,442	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	27,112	29,588
5	15,812	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	30,318	32,910
6	18,151	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	33,426	36,123
7	20,465	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	36,456	39,253
8	22,760	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	39,422	42,313
9	25,037	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	42,336	45,315
10	27,301	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	45,204	48,268
11	29,553	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	48,034	51,179
12	31,795	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	50,829	54,052
13	34,027	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	53,594	56,893
14	36,250	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	56,333	59,703
15	38,466	42,585	46,194	49,480	53,486	56,328	59,046	62,487
16	40,676	44,903	48,602	51,966	56,061	58,964	61,738	65,248
18	45,076	49,513	53,384	56,896	61,162	64,182	67,063	70,703
20	49,456	54,090	58,124	61,777	66,206	69,336	72,320	76,084
25	60,331	65,423	69,832	73,810	78,616	82,001	85,220	89,272
30	71,125	76,630	81,381	85,654	90,801	94,419	97,852	102,17
40	92,538	98,780	104,14	108,94	114,70	118,73	122,54	127,32
50	113,79	120,68	126,57	131,84	138,13	142,53	146,69	151,88
60	134,92	142,40	148,78	154,46	161,25	165,98	170,44	176,01
70	155,95	163,98	170,81	176,88	184,12	189,15	193,90	199,82
80	176,92	185,45	192,70	199,13	206,79	212,11	217,12	223,36
90	197,83	206,84	214,48	221,25	229,30	234,89	240,15	246,69
100	218,69	228,15	236,16	243,25	251,68	257,52	263,02	269,85
150	322,47	333,89	343,53	352,04	362,10	369,06	375,58	383,68
200	425,65	438,74	449,75	459,44	470,89	478,79	486,19	495,35
300	630,99	646,88	660,19	671,88	685,65	695,13	703,99	714,95

Примечание. Значения коэффициента $Z_в$, отсутствующие в таблице, вычисляют по формуле

$$Z_в=2\,(y+1)\left(1-\frac{1}{9(y+1)}+u_\gamma\cdot\sqrt{\frac{1}{9(y+1)}}\right)^3.$$

Значения коэффициента u_γ приведены в табл. 12.

Таблица 10

y	Значение коэффициента $Z_н$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
1	0,446	0,211	0,103	0,051	0,020	0,010	0,005	0,002
2	1,649	1,064	0,711	0,484	0,297	0,207	0,145	0,091
3	3,070	2,204	1,635	1,237	0,872	0,676	0,527	0,381
4	4,594	3,490	2,733	2,180	1,647	1,344	1,104	0,857
5	6,179	4,865	3,940	3,247	2,558	2,156	1,827	1,479
6	7,807	6,304	5,226	4,404	3,571	3,074	2,661	2,214
7	9,467	7,790	6,571	5,629	4,660	4,075	3,582	3,041
8	11,152	9,312	7,962	6,908	5,812	5,142	4,573	3,942
9	12,857	10,865	9,391	8,231	7,015	6,265	5,623	4,905
10	14,578	12,443	10,851	9,591	8,260	7,434	6,723	5,921
11	16,314	14,041	12,338	10,982	9,543	8,643	7,865	6,983
12	18,062	15,659	13,848	12,401	10,856	9,886	9,044	8,085
13	19,820	17,292	15,379	13,844	12,198	11,160	10,256	9,222
14	21,588	18,939	16,928	15,308	13,565	12,461	11,497	10,391
15	23,364	20,599	18,493	16,791	14,953	13,787	12,765	11,588
16	25,148	22,271	20,072	18,291	16,362	15,134	14,056	12,811
18	28,735	25,643	23,269	21,336	19,233	17,887	16,700	15,324
20	32,345	29,051	26,509	24,433	22,164	20,707	19,417	17,916
25	41,449	37,689	34,764	32,357	29,707	27,991	26,464	24,674
30	50,641	46,459	43,188	40,482	37,485	35,535	33,791	31,738
40	69,207	64,278	60,391	57,153	53,540	51,172	49,043	46,520
50	87,945	82,358	77,929	74,222	70,065	67,328	64,858	61,918
60	106,81	100,62	95,704	91,572	86,923	83,852	81,072	77,755
70	125,76	119,03	113,66	109,14	104,03	100,66	97,591	93,926
80	144,78	137,55	131,76	126,87	121,35	117,68	114,35	110,36
90	163,87	156,15	149,97	144,74	138,82	134,88	131,31	127,01
100	183,00	174,84	168,28	162,73	156,43	152,24	148,43	143,84
150	279,21	269,07	260,88	253,91	245,97	240,66	235,81	229,96
200	376,02	364,21	354,64	346,48	337,16	330,90	325,18	318,26
300	570,67	556,06	544,18	534,02	522,37	514,53	507,34	498,62

Примечание. Значения коэффициента $Z_н$, отсутствующие в таблице, вычисляют по формуле

$$Z_н = 2y\left(1 - \frac{1}{9y} - u_\gamma \cdot \sqrt{\frac{1}{9y}}\right)^3.$$

Значения коэффициента u_γ приведены в табл. 12.

3.5. В случае $y=0$ верхнюю доверительную границу находят по формуле

$$q_в=1-\sqrt[n]{1-\gamma}, \tag{5}$$

нижняя доверительная граница $q_н=0$.

3.6. В случае $0<y\leqslant n-y$ доверительные границы $q_в$ и $q_н$ определяют по формулам:

$$q_в=\frac{2\,Z_в}{2\,t_в+Z_в-[2\cdot(y^2+2y)+yZ_в-Z_в^2]/(6\,t_в)}, \tag{6}$$

$$q_н=\frac{2\,Z_н}{2t_н+Z_н-[2(y^2-1)+(y-1)Z_н-Z_н^2]/(6t_н)}, \tag{7}$$

где $t_в=2n-y$, $t_н=2n-y+1$,
а коэффициенты $Z_в$ и $Z_н$ находят соответственно из табл. 9 и 10 по значениям γ и y.

3.7. В случае $y>n-y$ доверительные границы $q_в$ и $q_н$ определяют по формулам:

$$q_в=1-p_н, \tag{8}$$

$$q_н=1-p_в, \tag{9}$$

где $p_в$ и $p_н$ находят в соответствии с пп. 3.3—3.6 как доверительные границы $q_в$ и $q_н$, однако значение y заменяют на $n-y$, а $n-y$ — на y.

3.8. Доверительные границы $p_в$ и $p_н$ для параметра $p=1-q$ находят по формулам (8), (9).

4. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

4.1. Оценку максимального правдоподобия параметра q отрицательного биномиального распределения (2) вычисляют по формуле

$$\check{q}=\frac{k}{k+x}. \tag{10}$$

4.2. Несмещенную оценку параметра отрицательного биномиального распределения вычисляют при $k\geqslant 2$ по формуле

$$\hat{q}=\frac{k-1}{k+x-1}. \tag{11}$$

4.3. Оценку максимального правдоподобия (10) используют в следующих случаях:

при значении $k=1$ для любых значений параметра q;

при значениях $k=2, 3, \ldots, 22$ для $q \geqslant q^*$.

Несмещенную оценку (11) используют в следующих случаях:

при значениях $k>22$ для любых значений параметра q;

при значениях $k=2, 3, \ldots, 22$ для $q<q^*$;

при $k \geqslant 2$ и отсутствии предварительных сведений о величине параметра q.

Значения величины q^* для $k=2, 3, \ldots, 22$ приведены в табл. 11.

Таблица 11

k	q^*	k	q^*	k	q^*
2	0,367	9	0,548	16	0,571
3	0,444	10	0,552	17	0,573
4	0,483	11	0,558	18	0,575
5	0,506	12	0,561	19	0,576
6	0,522	13	0,564	20	0,577
7	0,533	14	0,567	21	0,578
8	0,542	15	0,569	22	0,579

4.4. Для квадратической функции потерь оценки максимального правдоподобия

$$R(\check{q})=M(\check{q}-q)^2 \quad (12)$$

несмещенную оценку в случае $k \geqslant 3$ вычисляют по формуле

$$\hat{R}(\check{q})=(\check{q})^2-2\check{q}+2\frac{kx}{(k+x-1)^2}-\frac{(k-1)(k-2)}{(k+x-1)(k+x-2)}. \quad (13)$$

4.5. Для квадратической функции потерь (дисперсии) несмещенной оценки

$$V\hat{q}=M(\hat{q}-q)^2 \quad (14)$$

несмещенная оценка при $k \geqslant 3$ имеет следующий вид

$$\hat{V}\hat{q}=\frac{x(k-1)}{(k+x-1)^2(k+x-2)}. \quad (15)$$

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРА ОТРИЦАТЕЛЬНОГО БИНОМИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

5.1. Верхнюю и нижнюю доверительные границы $q_{в}$ и $q_{н}$ для параметра q отрицательного биномиального распределения при заданной односторонней доверительной вероятности γ или двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=2\gamma-1$ выражают через соответствующие границы для биномиального распределения.

5.2. Верхнюю доверительную границу $q_в$ определяют согласно пп. 3.3—3.7, где $y=k-1$, $n-y=x$.

5.3. Нижнюю доверительную границу $q_н$ определяют согласно пп. 3.3—3.7, где $y=k$, $n-y=x$.

5.4. Доверительные границы $p_в$ и $p_н$ для параметра $p=1-q$ определяют по формулам (8) и (9) через доверительные границы для параметра q отрицательного биномиального распределения.

Таблица 12

γ	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
u_γ	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090

ПРИЛОЖЕНИЕ 1
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПРАВИЛ СТАНДАРТА

1. Примеры биномиального распределения

Пример 1. При статистическом приемочном контроле качества по одноступенчатому плану в выборке объемом $n=250$ было обнаружено $y=2$ дефектных изделий. Требуется оценить входной уровень дефектности q и точность этой оценки.

Решение. Используя формулу (3), находим оценку параметра q

$$\hat{q} = \frac{2}{250} = 0,0080.$$

Точность полученной оценки характеризует несмещенная оценка дисперсии, вычисляемая по формуле (4):

$$\hat{\hat{V}}q = \frac{2\cdot(250-2)}{250^2\cdot(250-1)} = 0,000031.$$

Пример 2. При испытаниях на безотказность 100 изделий отказов получено не было. Найти верхнюю доверительную границу $q_в$ для вероятности q отказа изделия за время T при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,95$.

Решение. При $\gamma=0,95$ по табл. 3 для $y=0$ и $n-y=100$ находим $q_в=0,0295$.

Пример 3. По результатам аттестационных испытаний 110 изделий к первому сорту были отнесены 10 изделий, остальные — к высшему сорту. Найти оценку и построить доверительный интервал для вероятности q выпуска изделия первого сорта с доверительной вероятностью $\gamma^*=0,90$.

Решение. Здесь $y=10$, $n=110$. Используя формулу (3), вычисляем оценку

$$\hat{q} = \frac{10}{110} = 0,0909.$$

В соответствии с п. 3.2 настоящего стандарта устанавливаем, что $\gamma^*=0,90$ соответствует односторонняя доверительная вероятность

$$\gamma = \frac{1+\gamma^*}{2} = \frac{1+0,90}{2} = 0,95.$$

При $\gamma=0,95$ по табл. 3 для $y=10$, $n-y=100$, пользуясь п. 3.3 находим $q_н=0,0502$, $q_в=0,1493$

Пример 4. В условиях примера 2 найти нижнюю доверительную границу для вероятности p безотказной работы изделия за время T при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,95$.

Решение. Так как вероятность безотказной работы связана с вероятностью отказа q соотношением $p=1-q$, воспользуемся п. 3.8 настоящего стандарта. Согласно примеру 2 верхняя доверительная граница для вероятности отказа $q_в=0,0295$. Тогда по формуле (8) получаем

$$p_н = 1-q_в = 1-0,0295 = 0,9705.$$

Пример 5. При статистическом контроле по одноступенчатому плану в выборке объемом $n=200$ дефектных изделий обнаружено не было. Найти верхнюю доверительную границу $q_в$ для входного уровня дефектности при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}99$.

Решение. Здесь $y=0$, $n-y=200$. При $\gamma=0{,}99$ в табл. 5 доверительные границы для пары $y=0$, $n-y=200$ отсутствуют. Поэтому значение $q_в$ вычисляем согласно п. 3.5 по формуле (5):

$$q_в=1-\sqrt[200]{1-0{,}99}=0{,}0288.$$

Пример 6. При статистическом контроле по одноступенчатому плану в выборке объемом 200 было обнаружено 2 дефектных изделия. Найти верхнюю доверительную границу $q_в$ при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}99$ для входного уровня дефектности q.

Решение. Здесь $y=2$, $n=200$. Для $y=2$, $n-y=198$ доверительные границы в табл. 1—8 отсутствуют. Учитывая, что в данном примере $0<y\leqslant n-y$, поступаем согласно п. 3.6.

Вычисляем $t_в=2\cdot200-2=398$. По $\gamma=0{,}99$ и $y=2$ в табл. 9 находим коэффициент $Z_в=16{,}812$. Искомую доверительную границу определяем по формуле (6):

$$q_в=\frac{2\cdot16{,}812}{2\cdot398+16{,}812-[2\ (2^2+2\cdot2)+2\cdot16{,}812-16{,}812^2]/(6\ 398)}=0{,}0414.$$

Пример 7. При аттестационных испытаниях 500 изделий к первому сорту были отнесены 350, остальные — к высшему сорту. Найти доверительные границы $q_н$, $q_в$ для вероятности q выпуска изделия первого сорта при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}80$.

Решение. Здесь $y=350$, $n=500$. Для пары $y=350$, $n-y=150$ доверительные границы не приведены в таблицах. Так как $y>n-y$, пользуемся указаниями п. 3.7 и ищем доверительные границы $p_н$ и $p_в$ для пары $y=150$, $n-y=350$. Поскольку для этой пары значения доверительных границ в таблицах не приведены, а $y\neq0$, то поступаем согласно п. 3.6. Вычисляем $t_в=2\cdot500-150=850$, $t_н=2\cdot500-150+1=851$. Далее из табл. 9 и 10 соответственно по $y=150$ и $\gamma=0{,}8$ находим коэффициенты $Z_в=322{,}47$ и $Z_н=279{,}21$. По формулам (6)—(7) вычисляем $p_н$ и $p_в$

$$p_н=\frac{2\cdot279{,}21}{2\cdot850+179{,}21-[2\cdot(150^2-1)+(150-1)\cdot279{,}21^2]/(6\cdot851)}=0{,}2821;$$

$$p_в=\frac{2\cdot322{,}47}{2\cdot850+322{,}47-[2\cdot(150^2+2\cdot150)+150\cdot322{,}47-322{,}47^2]/(6\cdot850)}=0{,}3186.$$

По формулам (8)—(9) определяем искомые доверительные границы $q_н$ и $q_в$.

$q_н=1-0{,}3186=0{,}6814$; $q_в=1-0{,}2821=0{,}7179$.

Пример 8. Для ускорения процесса испытаний 56 одинаковых полупроводниковых приборов было решено разбить на 4 группы и провести испытания на безотказность за время T для каждой из групп одновременно. Результаты испытаний зафиксированы в виде таблицы.

Номер группы	1	2	3	4
Объем группы	20	20	10	6
Число отказавших приборов	3	2	1	2

Требуется по результатам испытаний оценить q — вероятность отказа прибора за время T и построить верхнюю доверительную границу $q_в$ с доверительной вероятностью $\gamma=0,9$.

Решение. Здесь в соответствии с п. 1.2 $n=20+20+10+6=56$, $y=3+2+1+0=6$. По формуле (3) находим оценку параметра

$$\hat{q}=\frac{6}{56}=0,1071.$$

В табл. 2, отвечающей $\gamma=0,90$, по значениям $y=6$ и $n-y=50$ находим искомую верхнюю доверительную границу

$$q_в=0,1805.$$

2. Примеры отрицательного биномиального распределения

Пример 9. Производится непрерывный статистический контроль партий при нормальном процессе производства до выявления трех забракованных партий. Остановка контроля произошла после проверки 53-й партии. Требуется оценить риск поставщика (вероятность забракования партии), если известно, что $q\leqslant 0,2$.

Решение. Здесь $k=3$, $x=53-3=50$. Из табл. 11 для $k=3$ находим $q^*=0,444$. Так как $q\leqslant 0,2<q^*$, то в соответствии с п. 4.3 пользуемся несмещенной оценкой (11) при оценивании параметра q.

$$\hat{q}=\frac{3-1}{3+50-1}=0,0385.$$

Точность полученной оценки характеризует несмещенная оценка дисперсии, вычисляемая по формуле (15):

$$\hat{\hat{V}}q=\frac{50\cdot(3-1)}{(3+50-1)\cdot(3+50-2)}=0,0007.$$

Пример 10. В условиях примера 9 найти доверительные границы $q_н$ и $q_в$ для вероятности q забракования партии при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,9$.

Решение. Для определения верхней доверительной границы используем п. 5.2. При $\gamma=0,9$ по табл. 2 для пары $y=k-1=3-1=2$, $n-y=x=50$ находим $q_в=0,0991$.

Нижнюю доверительную границу $q_н$ определяем согласно п. 5.3 для пары $y=3$, $n-y=50$ также с помощью табл. 2 $q_н=0,0210$.

Пример 11. Проведено 5 серий испытаний на безотказность одинаковых полупроводниковых приборов за время T. Испытания в i-й серии проводились до получения k_i отказов ($i=1, 2, 3, 4, 5$).

Исходные данные и результаты испытаний зафиксированы в виде таблицы

Номер серии	1	2	3	4	5
τ_i	70	80	100	150	300
k_i	3	3	2	2	8
x_i	57	77	98	148	292

в которой τ_i — число испытаний, $x_i=\tau_i-k_i$ — число неотказавших приборов в i-й серии ($i=1$, 2, 3, 4, 5). Требуется по результатам испытаний построить верхнюю доверительную границу $q_в$ вероятности q отказа прибора за время T с односторонней доверительной вероятностью $\gamma=0{,}99$.

Решение. Здесь в соответствии с п. 1.3 $k=3+3+2+2+8=18$, $x=67+77+98+148+292=682$.

Для определения верхней доверительной границы $q_в$ используем указания п. 5.2, полагая $y=18-1=17$, $n-y=682$. Доверительные границы для пары $y=17$, $n-y=682$ в табл. 1—8 отсутствуют, и, кроме того, $y<n-y$. Поэтому, следуя п. 3.6, вычисляем $t_в=2n-y=2(n-y)+y=2\cdot 682+17=1381$. Коэффициент $Z_в$ ищем в табл. 9 по значениям $\gamma=0{,}99$ и $y=17$. Поскольку для этой пары γ и y значение $Z_в$ отсутствует в таблице, то его вычисление проводим с использованием примечания этой таблицы

$$Z_в=2\cdot(17+1)\cdot\left(\frac{1}{9\cdot(17+1)}+2{,}326\cdot\sqrt{\frac{1}{9(17+1)}}\right)^3=58{,}64,$$

так как, согласно табл. 12, $u_{0,99}=2{,}326$.

Наконец, по формуле (6) находим искомую доверительную границу

$$q_в=\frac{2\cdot 58{,}64}{2\cdot 1381+58{,}64-[2\cdot(17^2+2\cdot 17)+17\cdot 58{,}64-58{,}64^2]/(6\cdot 1381)}=0{,}0416.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
Справочное

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАНДАРТА

Вероятность того, что случайная величина Y, имеющая биномиальное распределение (1), меньше или равна целому неотрицательному числу m, определяется по формуле

$$P(Y\leqslant m)=\sum_{y=0}^{m}\binom{n}{y}q^y(1-q)^{n-y}. \qquad (1)$$

Вероятность (1) выражается при $m<n$ через неполную бета-функцию следующим образом

$$P(Y\leqslant m)=I_{1-q}(n-m,\ m+1), \qquad (2)$$

где
$$I_{1-q}(n-m,\ m+1)=\frac{n!}{m!(n-m-1)!}\int_0^{1-q}t^{n-m-1}(1-t)^m dt. \qquad (3)$$

Для случайной величины Y, имеющей биномиальное распределение, математическое ожидание и дисперсию определяют по формулам:

$$MY=nq, \qquad (4)$$

$$VY=nq(1-q). \qquad (5)$$

Вероятность того, что случайная величина X, имеющая отрицательное биномиальное распределение (2), меньше или равна целому неотрицательному числу m, определяют по формуле

$$P(X \leqslant m) = \sum_{x=0}^{m} \binom{k+x-1}{k-1} q^k (1-q)^x. \qquad (6)$$

Вероятность (6) выражается через неполную бета-функцию:

$$P(X \leqslant m) = I_q(k,\ m+1). \qquad (7)$$

Для случайной величины X, имеющей отрицательное биномиальное распределение, математическое ожидание и дисперсию определяют по формулам:

$$MX = k \cdot \frac{1-q}{q}, \qquad (8)$$

$$VX = k \cdot \frac{1-q}{q^2}. \qquad (9)$$

При отрицательном биномиальном распределении случайная величина $\tau = X + k$, равная общему числу испытаний, имеет математическое ожидание

$$M\tau = \frac{k}{q} \qquad (10)$$

и дисперсию

$$V\tau = k \cdot \frac{1-q}{q^2}, \qquad (11)$$

Точечные оценки параметров биномиального и отрицательного биномиального распределений приведены в работах [1], [7]. Сравнение оценок максимального правдоподобия и несмещенных оценок для параметра отрицательного биномиального распределения рассмотрено в статье [12].

Выражения для дисперсий предлагаемых оценок вероятности имеют сложный аналитический вид и их можно найти в работе [5].

Верхнюю и нижнюю доверительные границы $q_в$, $q_н$ для параметра биномиального распределения определяют по заданной односторонней доверительной вероятности γ из уравнений

$$I_{q_в}(y+1,\ n-y) = \gamma, \qquad (12)$$

$$I_{q_н}(y,\ n-y+1) = 1-\gamma,\ y > 0. \qquad (13)$$

Верхняя и нижняя доверительные границы $q_в$, $q_н$ для параметра q отрицательного биномиального распределения определяются по заданной односторонней доверительной вероятности γ из уравнений:

$$I_{q_в}(k,\ x) = \gamma,\ x > 0; \qquad (14)$$

$$I_{q_н}(k,\ x+1) = 1-\gamma. \qquad (15)$$

Таблицы 1—8 стандарта рассчитаны на ЭВМ ЕС 1020 с использованием стандартной подпрограммы вычисления неполной бета-функции с обычными правилами округления. Таблицы 1—8 сопоставлены с таблицами [4], [9], [11].

Правила построения приближенных доверительных границ взяты из [4].

Таблицы 9—10 стандарта рассчитаны на ЭВМ ЕС 1020, проведено их сравнение с таблицами [10].

Область применения биномиального (отрицательного биномиального) распределения расширяется, так как суммы случайных величин, имеющих биномиальное (отрицательное биномиальное) распределения с одним и тем же параметром q, имеют то же биномиальное (отрицательное) биномиальное распределения с параметром q.

Биномиальное и отрицательное биномиальное распределения находят широкое практическое применение, когда выполнены предположения пп. 1.1—1.3; при контроле качества продукции по планам одноступенчатого и усеченного одноступенчатого контроля [1], [7], при испытаниях на надежность [6], [11], при обследовании конечных совокупностей в биологии, демографии и социологии [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Ю. К. Вероятностные методы выборочного контроля. М., «Наука», 1975.

2. Большев Л. Н. Об оценках вероятностей. Теория вероятностей и ее применение. Т. 5, вып. 4, 1960, 453—456.

3. Большев Л. Н. Распределения, родственные гипергеометрическому. Теория вероятностей и ее применение. Т. 9, вып. 4, 1964, 687—691.

4. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., «Наука», 1965.

5. De Groot M. H. Unbiased sequential estimation for binomial populations. „Ann. Math. Stat.", v. 30, N 1, 1959, 80—101.

6. Ллойд Д. К., Липов М. Надежность. М., «Сов. радио», 1964.

7. Лумельский Я. П. Статистические оценки результатов контроля. М., «Издательство стандартов», 1979.

8. Методика выборочного приемочного контроля качества по альтернативному признаку для продукции поточного производства. М., «Издательство стандартов», 1978.

9. Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. М., «Вычислительный центр АН СССР», 1966.

10. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под редакцией М. Абрамовица, И. Стиган, М., «Наука», 1979.

11. Судаков Р. С., Северцев Н. А. и др. Статистические задачи отработки систем и таблицы для числовых расчетов показателей надежности. М., «Высшая школа», 1975.

12. Чичагов В. В., Шеховцева М. Г. Две задачи по сравнению точечных оценок. Межвузовский сборник научных трудов «Статистические методы». Издательство Пермского университета, 1978.

Редактор *Р. С. Федорова*
Технический редактор *Л. Б. Семенова*
Корректор *Н. Л. Шнайдер*

Сдано в наб. 20.04 80 Подп. к печ. 17.09.81 1,5 п. л. 1,51 уч.-изд. л. Тир. 16000 Цена 10 коп.

Ордена «Знак Почета» Издательство стандартов, 123557, Москва, Новопресненский пер., 3
Тип. «Московский печатник». Москва, Лялин пер., 6. Зак. 722