ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ
СОЮЗА ССР

ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА. ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК И ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

ГОСТ 11.004–74

Издание официальное

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СТАНДАРТОВ
СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР
Москва

РАЗРАБОТАН Всесоюзным научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИС)

Директор д-р экон. наук, проф. **Гличев А. В.**
Научный руководитель темы д-р техн. наук, проф. **Шор Я. Б.**
Исполнители: канд. техн. наук **Рабинович Г. О.**, канд. техн. наук **Примаков М. И.**, **Пахомов А. А.**, **Поспавский О. Ф.**, **Аничкина В. Л.**, **Левина Н. Б.**

ВНЕСЕН И ПОДГОТОВЛЕН К УТВЕРЖДЕНИЮ Всесоюзным научно-исследовательским институтом стандартизации (ВНИИС)

Директор д-р экон. наук, проф. **Гличев А. В.**

УТВЕРЖДЕН И ВВЕДЕН В ДЕЙСТВИЕ Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 21 февраля 1974 г. № 468

УДК 658.562.012.7(083.96)(083.74) Группа Т59

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТАНДАРТ СОЮЗА ССР

ПРИКЛАДНАЯ СТАТИСТИКА. ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНОК И ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Applied Statistics. Estimation of Values and Confidence Intervals for Normal Distribution Parameters

ГОСТ 11.004—74

Постановлением Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР от 21 февраля 1974 г. № 468 срок введения установлен

с 01.07. 1975 г.

Настоящий стандарт устанавливает правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения по совокупности статистических (опытных) независимых наблюдений, полученных на производстве в процессе измерений, испытаний и анализов, если исследуемые величины подчиняются закону нормального распределения.

Стандарт содержит два справочных приложения, в которых приводятся примеры практического применения правил, основные понятия, обозначения и теоретические основы стандарта.

1. ОЦЕНКИ ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Несмещенной оценкой для генерального среднего a нормального распределения является выборочное среднее x, определяемое по формуле

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad (1)$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — совокупность наблюденных значений случайной величины X.

1.2. Несмещенная оценка для среднего квадратического отклонения σ определяется по формуле

$$S_1=M_K \cdot S, \qquad (2)$$

Издание официальное **Перепечатка воспрещена**

★

где значение S определяется по формуле (3), если параметр a — неизвестен

$$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}, \tag{3}$$

и значение S определяется по формуле (4), если параметр a — известен

$$S=\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma(x_i-a)^2}. \tag{4}$$

Значение коэффициента M_K дано в табл. 1, где $K=n-1$, если параметр a неизвестен, $K=n$, если параметр a известен.

1.3. При значениях объема выборок более 60 ($n>60$) оценка для среднего квадратического отклонения σ находится по формуле (3), если параметр a — неизвестен или по формуле (4), если параметр a — известен.

1.4. Несмещенной оценкой для дисперсии σ^2 нормального распределения, при неизвестном значении a, является выборочная характеристика S^2, определяемая по формуле (5)

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2. \tag{5}$$

1.5. Если генеральное среднее a нормального распределения известно, то несмещенная оценка для дисперсии σ^2 находится по формуле (6)

$$S^2=\frac{1}{n}\Sigma(x_i-a)^2. \tag{6}$$

Примечание. Когда количество наблюдений случайной величины достаточно большое (не менее 50), то оценки $\overline{x}$, S, S^2 могут быть получены методом группировки наблюдений (см. приложение 1, пример 2).

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ ПРИ НЕИЗВЕСТНОЙ ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ

2.1. Определение нижней доверительной границы $a_н$ для генеральной средней по выборке объема n осуществляется следующим образом:

задают значение односторонней доверительной вероятности γ_1;

определяют выборочные значения $\overline{x}$ и S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_1 и $K=n-1$ по табл. 2 находят значение t_{γ_1} — квантиль распределения Стьюдента для односторонней доверительной вероятности γ_1;

вычисляют нижнюю доверительную границу $a_н$ для генеральной средней по формуле

$$a_н = \bar{x} - \frac{t_{\gamma_1} \cdot S}{\sqrt{n}}. \qquad (7)$$

При $1 < n \leqslant 61$ значение величины $\frac{t_{\gamma}}{\sqrt{n}}$ входящее в формулу (7), может быть найдено из табл. 3 (см. приложение 1, пример 3).

2.2. Определение верхней доверительной границы для генеральной средней по выборке объемом n осуществляется следующим образом:

задают значение односторонней доверительной вероятности γ_2;

определяют выборочные значения $\bar{x}$ и S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_2 и $K = n - 1$ по табл. 2 находят значение t_{γ_2};

вычисляют верхнюю доверительную границу $a_в$ по формуле

$$a_в = \bar{x} + \frac{t_{\gamma_2} \cdot S}{\sqrt{n}}. \qquad (8)$$

При $1 < n \leqslant 61$ значение $\frac{t_{\gamma_2}}{\sqrt{n}}$, входящее в формулу (8), может быть найдено из табл. 3 (см. приложение 1, пример 3).

2.3. Нижняя и верхняя доверительные границы $a_н$ и $a_в$, получаемые согласно пп. 2.1 и 2.2, образуют доверительный интервал для генеральной средней при двусторонней доверительной вероятности γ^*, где γ^* определяется по формуле

$$\gamma^* = \gamma_1 + \gamma_2 - 1 \qquad (9)$$

при условии, что $\gamma_1 > 0{,}5$; $\gamma_2 > 0{,}5$.

2.4. Если принята двусторонняя доверительная вероятность γ^* и задано равенство односторонних вероятностей $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, то доверительный интервал для генерального среднего a находится по формулам:

$$a_н = \bar{x} - \varepsilon, \qquad (10)$$

$$a_в = \bar{x} + \varepsilon, \qquad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{t_{\gamma} \cdot S}{\sqrt{n}}, \qquad (12)$$

значение γ находится по формуле

$$\gamma = \frac{1 + \gamma^*}{2} \qquad (13)$$

и t_{γ} находится из табл. 2 по заданным значениям γ и $K = n - 1$.

2.5. Значения t_γ для величин K, которые не указаны в табл. 2, могут быть получены путем линейной интерполяции по $\frac{1}{K}$ [см. приложение 2, формулы (15), (16)].

2.6. В случае, когда генеральная дисперсия неизвестна, но известен ее верхний предел, то при малом объеме выборки дисперсия может быть приравнена ее верхнему пределу и расчет доверительных границ для генерального среднего a осуществлен согласно разд. 3.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ ПРИ ИЗВЕСТНОЙ ГЕНЕРАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ

3.1. Определение нижней доверительной границы для генеральной средней по совокупности наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины X осуществляется следующим образом:

задают значение односторонней доверительной вероятности γ_1;

вычисляют выборочную среднюю $\bar{x}$ согласно разд. 1;

по заданному значению γ_1, из последней строки табл. 2 находят значение U_{γ_1} — квантиль нормального распределения;

вычисляют нижнюю доверительную границу по формуле

$$a_н = \bar{x} - \frac{U_{\gamma_1}}{\sqrt{n}}\sigma. \tag{14}$$

3.2. Определение верхней доверительной границы для генеральной средней по совокупности наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины X осуществляется следующим образом:

задают значение односторонней доверительной вероятности γ_2;

вычисляют выборочную среднюю $\bar{x}$ согласно разд. 1;

по заданному значению γ_2 из последней строки табл. 2 находят значение U_{γ_2} — квантиль нормального распределения;

вычисляют верхнюю доверительную границу по формуле

$$a_в = \bar{x} + \frac{U_{\gamma_2}}{\sqrt{n}}\sigma. \tag{15}$$

3.3. Нижняя и верхняя доверительные границы $a_н$ и $a_в$, определенные согласно пп. 3.1, 3.2, образуют доверительный интервал для генерального среднего при двусторонней доверительной вероятности γ^*, где γ^* определяется через γ_1 и γ_2 по формуле (9).

3.4. Если принята двусторонняя доверительная вероятность γ^* и задано равенство односторонних доверительных вероятностей

$\gamma_1=\gamma_2=\gamma$, то доверительный интервал, соответствующей двусторонней доверительной вероятности γ^*, находится по формулам:

$$a_н=\bar{x}-\varepsilon, \tag{16}$$

$$a_в=\bar{x}+\varepsilon, \tag{17}$$

$$\varepsilon=\frac{U_\gamma \sigma}{\sqrt{n}}, \tag{18}$$

где γ находится по формуле (13), а значение U_γ находится по заданному значению γ из последней строки табл. 2.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ ПРИ НЕИЗВЕСТНОЙ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ

4.1. Определение нижней доверительной границы $\sigma_н$ для среднего квадратического отклонения σ по выборке объема n осуществляется следующим образом:

задают одностороннюю доверительную вероятность γ_1;

вычисляют выборочную характеристику S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_1 и $K=n-1$ ($K\leqslant 100$) из табл. 4 находят значение $Z_н$;

вычисляют нижнюю доверительную границу по формуле

$$\sigma_н=Z_н\cdot S. \tag{19}$$

При $K>100$ значение $Z_н$ определяется по формуле

$$Z_н=\frac{\sqrt{2K}}{\sqrt{2K-1}+U_{\gamma_1}}, \tag{20}$$

где U_{γ_1} находится по заданному значению γ_1 из последней строки табл. 2.

4.2. Определение верхней доверительной границы $\sigma_в$ для среднего квадратического отклонения σ по выборке объема n осуществляется следующим образом:

задают одностороннюю доверительную вероятность γ_2;

вычисляют выборочную характеристику S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_2 и $K=n-1$ ($K\leqslant 100$) из табл. 5 находят значение $Z_в$;

вычисляют верхнюю доверительную границу $\sigma_в$ по формуле

$$\sigma_в=Z_в\cdot S. \tag{21}$$

При $K>100$ значение $Z_в$ определяется по формуле

$$Z_в = \frac{\sqrt{2K}}{\sqrt{2K-1} - U_{\gamma_2}}, \qquad (22)$$

где U_{γ_2} находится по заданному значению γ_2 из последней строки табл. 2.

4.3. Нижняя и верхняя доверительные границы $\sigma_н$ и $\sigma_в$, полученные согласно пп. 4.1 и 4.2, образуют доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ при двусторонней доверительной вероятности γ^*, где γ^* связано со значениями γ_1 и γ_2 соотношением (9).

4.4. Доверительные границы для дисперсии σ^2 равняются квадратам доверительных границ для среднего квадратического отклонения, определенных согласно пп. 4.1, 4.2, 4.3, 4.4.

4.5. Значения $Z_н$ и $Z_в$, которые не указаны в табл. 4 и 5, могут быть получены линейной интерполяцией по K [см. приложение 2, формула (17)].

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ ДЛЯ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ ПРИ ИЗВЕСТНОЙ ГЕНЕРАЛЬНОЙ СРЕДНЕЙ

5.1. Определение нижней доверительной границы $\sigma_н$ для среднего квадратического отклонения σ при известной генеральной средней осуществляется следующим образом:

задают одностороннюю доверительную вероятность γ_1;

вычисляют выборочную характеристику S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_1 и $K=n$ из табл. 4 находят значение $Z_н$;

вычисляют нижнюю доверительную границу по формуле (19);

при $K>100$ значение $Z_н$ вычисляют по формуле (20).

5.2. Определение верхней доверительной границы $\sigma_в$ для среднего квадратического отклонения σ при известной генеральной средней осуществляется следующим образом:

задают одностороннюю доверительную вероятность γ_2;

вычисляют выборочную характеристику S согласно разд. 1;

по заданным значениям γ_2 и $K=n$ из табл. 5 находят значение $Z_в$;

вычисляют верхнюю доверительную границу по формуле (21).

При $K>100$ значение $Z_в$ определяют по формуле (22).

5.3. Нижняя и верхняя доверительные границы $\sigma_н$ и $\sigma_в$, полученные согласно пп. 5.1, 5.2, образуют доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ при двусторонней доверительной вероятности γ^*, где γ^*, γ_1 и γ_2 связаны соотношением (9).

5.4. Доверительные границы для дисперсии σ^2 равняются квадратам доверительных границ для среднего квадратического отклонения, полученных согласно пп. 5.1, 5.2, 5.3.

5.5. Значения $Z_н$ и $Z_в$, которые не указаны в табл. 4 и 5, могут быть получены линейной интерполяцией по K (см. приложение 2).

Таблица 1

Значения коэффициентов M_K

K	M_K	K	M_K	K	M_K
1	1,253	10	1,025	19	1,013
2	1,128	11	1,023	20	1,013
3	1,085	12	1,021	25	1,010
4	1,064	13	1,019	30	1,008
5	1,051	14	1,018	35	1,007
6	1,042	15	1,017	40	1,006
7	1,036	16	1,016	45	1,006
8	1,032	17	1,015	50	1,005
9	1,028	18	1,014	60	1,004

Таблица 2

K	Значения коэффициентов t_γ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,9990
1	1,375	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3
2	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	7,453	10,21
4	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	5,598	7,173
5	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	4,773	5,893
6	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	4,317	5,208
7	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,029	4,785
8	0,889	1,397	1,859	2,306	2,896	3,355	3,832	4,501
9	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	3,690	4,297
10	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	3,581	4,144
11	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	3,497	4,025
12	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,054	3,428	3,930
13	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,372	3,852

Продолжение

K	Значения коэффициентов t_γ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,9990
14	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,326	3,787
15	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,286	3,733
16	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,252	3,686
17	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,222	3,646
18	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,197	3,611
19	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,174	3,579
20	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,153	3,552
21	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,135	3,527
22	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,119	3,505
23	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,104	3,485
24	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,090	3,467
25	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,078	3,450
26	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,067	3,435
27	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,056	3,421
28	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,047	3,408
29	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,038	3,396
30	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,030	3,385
32	0,853	1,309	1,694	2,037	2,449	2,738	3,015	3,365
34	0,853	1,307	1,691	2,032	2,441	2,728	3,002	3,348
36	0,852	1,305	1,688	2,028	2,434	2,719	2,990	3,333
38	0,852	1,304	1,686	2,024	2,429	2,712	2,980	3,319
40	0,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	2,971	3,307
42	0,851	1,302	1,682	2,018	2,418	2,698	2,963	3,296
44	0,850	1,301	1,680	2,015	2,414	2,692	2,955	3,286
46	0,850	1,300	1,679	2,013	2,410	2,687	2,949	3,277
48	0,849	1,299	1,677	2,011	2,407	2,682	2,943	3,269
50	0,849	1,298	1,676	2,009	2,403	2,678	2,937	3,261
55	0,848	1,297	1,673	2,004	2,396	2,668	2,925	3,256
60	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	2,915	3,232
65	0,847	1,295	1,669	1,997	2,385	2,654	2,906	3,220
70	0,847	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	2,899	3,211
80	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	2,887	3,195
90	0,845	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	2,878	3,183
100	0,845	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	2,871	3,174
120	0,844	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	2,860	3,159
150	0,844	1,287	1,655	1,976	2,351	2,609	2,849	3,145
200	0,843	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	2,838	3,131
250	0,843	1,285	1,651	1,969	2,341	2,596	2,832	3,123
300	0,842	1,284	1,650	1,968	2,339	2,592	2,828	3,118
400	0,842	1,284	1,649	1,966	2,336	2,588	2,823	3,111
500	0,842	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	2,819	3,107

Значения коэффициентов U_γ

∞	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	2,807	3,090

Таблица 3

Объем выборки n	$K=n-1$	Значение отношений $\frac{t_\gamma}{\sqrt{n}}=\frac{t_\gamma}{\sqrt{K+1}}$ при односторонней доверительной вероятности γ							
		0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
2	1	0,973	2,18	4,46	8,98	22,5	45,0	90,0	22,5
3	2	0,613	1,08	1,69	2,48	4,02	5,73	8,13	12,9
4	3	0,489	0,819	1,18	1,59	2,27	2,92	3,73	5,11
5	4	0,421	0,685	0,953	1,24	1,67	2,06	2,50	3,21
6	5	0,375	0,602	0,823	1,05	1,37	1,64	1,94	2,41
7	6	0,342	0,544	0,734	0,925	1,19	1,40	1,63	1,97
8	7	0,317	0,500	0,670	0,836	1,06	1,24	1,42	1,69
9	8	0,296	0,466	0,620	0,769	0,966	1,12	1,28	1,50
10	9	0,279	0,437	0,580	0,715	0,892	1,03	1,17	1,36
11	10	0,265	0,414	0,546	0,672	0,833	0,956	1,08	1,25
13	12	0,242	0,393	0,494	0,604	0,744	0,847	1,01	1,09
15	14	0,224	0,347	0,455	0,554	0,678	0,769	0,859	1,978
17	16	0,210	0,324	0,423	0,514	0,627	0,708	0,788	0,894
19	18	0,198	0,305	0,398	0,482	0,586	0,660	0,733	0,828
21	20	0,188	0,289	0,376	0,455	0,552	0,621	0,688	0,775
23	22	0,178	0,275	0,358	0,432	0,523	0,588	0,650	0,731
25	24	0,171	0,264	0,342	0,413	0,498	0,559	0,618	0,693
27	26	0,164	0,253	0,328	0,396	0,477	0,535	0,590	0,661
29	28	0,159	0,244	0,316	0,380	0,458	0,513	0,566	0,633
31	30	0,153	0,235	0,304	0,367	0,441	0,494	0,544	0,608
33	32	0,149	0,228	0,295	0,354	0,425	0,475	0,525	0,586
35	34	0,144	0,221	0,286	0,344	0,413	0,459	0,507	0,566
37	36	0,140	0,214	0,278	0,333	0,400	0,447	0,491	0,548
39	38	0,136	0,209	0,270	0,324	0,389	0,434	0,477	0,531
41	40	0,133	0,203	0,263	0,316	0,378	0,422	0,464	0,517
43	42	0,130	0,198	0,256	0,308	0,369	0,411	0,452	0,503
45	44	0,127	0,194	0,250	0,300	0,360	0,401	0,440	0,490
47	46	0,124	0,190	0,245	0,294	0,352	0,392	0,430	0,478
49	48	0,121	0,186	0,240	0,287	0,344	0,383	0,420	0,467
51	50	0,119	0,182	0,235	0,281	0,337	0,375	0,411	0,457
56	55	0,114	0,173	0,224	0,268	0,320	0,357	0,391	0,435
61	60	0,109	0,166	0,214	0,256	0,306	0,341	0,373	0,414

Таблица 4

K	Значения коэффициентов $Z_н$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
2	0,788	0,659	0,578	0,521	0,466	0,434	0,408	0,380
3	0,804	0,693	0,620	0,566	0,514	0,483	0,457	0,429
4	0,817	0,717	0,649	0,599	0,549	0,519	0,493	0,465
5	0,828	0,736	0,672	0,624	0,576	0,546	0,521	0,494
6	0,837	0,753	0,690	0,644	0,597	0,569	0,544	0,517
7	0,845	0,763	0,705	0,661	0,616	0,588	0,563	0,536
8	0,852	0,772	0,718	0,675	0,631	0,604	0,580	0,553
9	0,859	0,782	0,729	0,688	0,645	0,618	0,594	0,568
10	0,864	0,791	0,739	0,699	0,656	0,630	0,607	0,581

Продолжение

K	Значения коэффициентов $Z_н$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
11	0,869	0,798	0,748	0,708	0,667	0,641	0,619	0,593
12	0,872	0,805	0,755	0,717	0,677	0,651	0,629	0,604
13	0,874	0,810	0,762	0,725	0,685	0,660	0,638	0,614
14	0,877	0,814	0,769	0,732	0,693	0,669	0,647	0,623
15	0,881	0,820	0,775	0,739	0,700	0,676	0,655	0,631
16	0,884	0,826	0,780	0,745	0,707	0,683	0,662	0,638
17	0,886	0,828	0,785	0,750	0,713	0,690	0,669	0,646
18	0,888	0,832	0,790	0,756	0,719	0,696	0,675	0,652
19	0,891	0,836	0,794	0,760	0,725	0,702	0,681	0,658
20	0,894	0,839	0,798	0,765	0,730	0,707	0,687	0,664
22	0,898	0,845	0,805	0,773	0,739	0,717	0,697	0,675
24	0,901	0,851	0,812	0,781	0,747	0,726	0,707	0,685
26	0,904	0,855	0,818	0,788	0,755	0,734	0,715	0,694
28	0,907	0,859	0,823	0,794	0,762	0,741	0,723	0,702
30	0,909	0,863	0,828	0,799	0,768	0,748	0,730	0,709
35	0,915	0,871	0,838	0,811	0,781	0,762	0,745	0,725
40	0,919	0,879	0,847	0,821	0,792	0,774	0,757	0,738
45	0,923	0,885	0,854	0,829	0,802	0,784	0,768	0,750
50	0,927	0,889	0,861	0,837	0,810	0,793	0,777	0,760
60	0,932	0,898	0,871	0,849	0,824	0,808	0,793	0,776
70	0,937	0,905	0,879	0,858	0,835	0,820	0,805	0,789
80	0,941	0,910	0,886	0,866	0,844	0,829	0,815	0,801
90	0,943	0,915	0,892	0,873	0,852	0,838	0,825	0,810
100	0,946	0,919	0,897	0,879	0,858	0,845	0,832	0,818

Таблица 5

K	Значения коэффициентов $Z_в$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
2	2,12	3,08	4,42	6,28	9,97	14,1	19,98	31,6
3	1,73	2,27	2,92	3,73	5,11	6,47	8,19	11,1
4	1,56	1,94	2,37	2,87	3,67	4,40	5,29	6,64
5	1,46	1,76	2,09	2,45	3,00	3,48	4,04	4,88
6	1,40	1,65	1,92	2,20	2,62	2,98	3,38	3,97
7	1,35	1,57	1,80	2,04	2,38	2,66	2,97	3,42
8	1,32	1,51	1,71	1,92	2,20	2,44	2,69	3,06
9	1,29	1,47	1,65	1,83	2,08	2,28	2,49	2,79
10	1,27	1,43	1,59	1,75	1,98	2,15	2,34	2,60
11	1,25	1,40	1,55	1,70	1,90	2,06	2,22	2,45
12	1,24	1,38	1,52	1,65	1,83	1,98	2,13	2,33
13	1,23	1,36	1,49	1,61	1,78	1,91	2,05	2,23
14	1,22	1,34	1,46	1,58	1,73	1,85	1,98	2,15
15	1,21	1,32	1,44	1,55	1,69	1,81	1,93	2,08
16	1,20	1,31	1,42	1,52	1,66	1,76	1,87	2,01
17	1,19	1,30	1,40	1,50	1,63	1,73	1,83	1,96
18	1,18	1,28	1,38	1,48	1,60	1,70	1,79	1,92

Продолжение

K	Значения коэффициентов $Z_в$ при односторонней доверительной вероятности γ							
	0,80	0,90	0,95	0,975	0,990	0,995	0,9975	0,999
19	1,18	1,27	1,37	1,46	1,58	1,67	1,75	1,87
20	1,17	1,26	1,36	1,44	1,56	1,64	1,72	1,84
22	1,16	1,25	1,34	1,42	1,52	1,60	1,67	1,77
24	1,15	1,24	1,32	1,39	1,49	1,56	1,63	1,72
26	1,15	1,23	1,30	1,37	1,46	1,53	1,59	1,68
28	1,14	1,22	1,29	1,35	1,44	1,50	1,56	1,64
30	1,13	1,21	1,27	1,34	1,42	1,48	1,53	1,61
35	1,12	1,19	1,25	1,30	1,38	1,43	1,47	1,54
40	1,11	1,17	1,23	1,28	1,34	1,39	1,43	1,49
45	1,10	1,16	1,21	1,26	1,32	1,36	1,40	1,46
50	1,10	1,15	1,20	1,24	1,30	1,34	1,37	1,42
60	1,09	1,14	1,18	1,22	1,27	1,30	1,33	1,37
70	1,08	1,13	1,16	1,20	1,24	1,27	1,30	1,34
80	1,08	1,12	1,15	1,18	1,22	1,25	1,27	1,31
90	1,07	1,11	1,14	1,17	1,21	1,23	1,25	1,29
100	1,07	1,10	1,13	1,16	1,19	1,22	1,24	1,27

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 к ГОСТ 11.004—74
Справочное

ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПРАВИЛ СТАНДАРТА

Пример 1. Ресурс изделий до капитального ремонта распределен нормально. Имеется опытный статистический материал по ресурсам $n=10$ изделий, приведенный в табл. 1 данного приложения. Найти оценки для среднего ресурса a и среднего квадратического отклонения σ.

Таблица 1

i	x_i, ч	i	x_i, ч	i	x_i, ч	i	x_i, ч	i	x_i, ч
1	$7{,}5\cdot10^4$	3	$7{,}0\cdot10^4$	5	$8{,}0\cdot10^4$	7	$8{,}5\cdot10^4$	9	$7{,}5\cdot10^4$
2	$8{,}0\cdot10^4$	4	$8{,}0\cdot10^4$	6	$8{,}5\cdot10^4$	8	$8{,}0\cdot10^4$	10	$7{,}5\cdot10^4$

Решение. Определяем

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 78{,}5\cdot10^4 \text{ (ч)}.$$

Согласно формуле (1) находим оценку для среднего ресурса

$$\bar{x} = \frac{1}{10}\cdot 78{,}5\cdot10^4 = 7{,}85\cdot10^4 \text{ (ч)}.$$

Определяем

$$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2 = 2{,}025\cdot10^8.$$

Согласно формуле (3) находим

$$S=\sqrt{\frac{1}{9}\cdot 2{,}025\cdot10^8} = 0{,}47\cdot10^4 \text{ (ч)}.$$

Из табл. 1 стандарта для $K=n-1=10-1=9$ находим $M_K=1{,}028$, откуда согласно формуле (2) получаем несмещенную оценку для σ:

$$S_1 = 1{,}028\cdot0{,}47\cdot10^4 = 0{,}48\cdot10^4 \text{ (ч)}.$$

Пример 2. Пусть имеется 60 наблюдений над нормально распределенной случайной величиной X. Результаты наблюдений приведены в табл. 2.

Найти оценки $\bar{x}$ и S для параметров нормального распределения a и σ.

Таблица 2

i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i	i	x_i
1	9,2	11	6,4	21	7,2	31	6,6	41	5,9	51	9,3
2	7,6	12	8,3	22	7,9	32	8,4	42	7,0	52	6,8
3	6,5	13	6,6	23	5,4	33	7,3	43	8,3	53	7,2
4	8,5	14	6,0	24	7,4	34	9,9	44	6,9	54	8,4
5	7,0	15	7,6	25	7,4	35	7,8	45	7,8	55	6,4
6	5,5	16	8,6	26	6,7	36	8,4	46	6,2	56	7,9
7	7,3	17	5,6	27	8,3	37	6,3	47	7,1	57	8,9
8	8,0	18	7,1	28	7,7	38	8,8	48	6,1	58	7,3
9	7,2	19	7,3	29	6,5	39	6,4	49	7,3	59	6,6
10	7,7	20	8,2	30	9,2	40	7,6	50	6,8	60	7,6

Решение.

1-й способ. Определяем $\sum_{i=1}^{60} x_i = 444{,}0$. Согласно формуле (1) имеем:

$$\bar{x} = \frac{444{,}0}{60} = 7{,}4.$$

Определяем $\sum_{i=1}^{60} (x_i - \bar{x})^2 = 58{,}01$. Согласно формуле (5) имеем:

$$S^2 = \frac{1}{59} \cdot 58{,}01 = 0{,}98.$$

Несмещенная оценка для среднего квадратического отклонения будет равна

$$S_1 = M_K \cdot \sqrt{0{,}98} = 1{,}004 \cdot \sqrt{0{,}98} \approx 1{,}0.$$

2-й способ (метод группировки). Разбиваем диапазон наблюденных значений случайной величины X на интервалы одинаковой ширины и подсчитаем количество наблюдений n_i, приходящихся на i-й интервал. Определяем середину v_i i-го интервала. Результаты группировки приведены в табл. 3. Наблюденные значения, находящиеся на границе интервала, включались в правый интервал.

Таблица 3

Интервал группировки i	Середина интервала группировки y_i	Количество наблюдений, входящих в данный интервал (n_i)
5,0—5,5	5,25	1
5,5—6,0	5,75	3
6,0—6,5	6,25	5
6,5—7,0	6,75	7
7,0—7,5	7,25	10
7,5—8,0	7,75	14
8,0—8,5	8,25	10
8,5—9,0	8,75	6
9,0—9,5	9,25	3
9,5—10,0	9,75	1

Вычисляем оценку генерального среднего по формуле

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{m} n_i \, y_i,$$

где $n = \sum_{i=1}^{m} n_i$ — общее число наблюдений, m — число интервалов.

$$\bar{y} = \frac{1}{60} (5,25+3 \cdot 5,75+5 \cdot 6,25+7 \cdot 6,75+10 \cdot 7,25+14 \cdot 7,75+10 \cdot 8,25+$$
$$+6 \cdot 8,75+3 \cdot 9,25+9,75)=7,6.$$

Вычисляем оценку генерального среднего квадратического отклонения по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{m} n_i (y_i - \bar{y})^2}.$$

В нашем случае

$$S = \sqrt{\frac{1}{59} \sum_{i=1}^{10} n_i (y_i - 7,6)^2} \approx 1,0.$$

Несмещенная оценка для σ согласно формуле (2) и табл. 1 стандарта будет равна:

$$S_1 = 1,004 \cdot 1,0 \approx 1,0.$$

Пример 3. Используя данные примера 1 определить нижнюю и верхнюю доверительные границы для среднего ресурса при односторонней доверительной вероятности $\gamma=0,95$.

Решение. Согласно пп. 2.1 и 2.2 для $K=n-1=10-1=9$ и $\gamma=0,95$ находим $=1,833$.

По уравнениям (7) и (8) находим:

$$a_н = 7,85 \cdot 10^4 - \frac{1,833}{\sqrt{10}} \cdot 0,48 \cdot 10^4 = 7,57 \cdot 10^4 \text{ (ч)}.$$

$$a_в = 7,85 \cdot 10^4 + \frac{1,833}{\sqrt{10}} \cdot 0,48 \cdot 10^4 = 8,13 \cdot 10^4 \text{ (ч)}.$$

Тот же результат получается если по табл. 3 стандарта найдем $\frac{t_\gamma}{\sqrt{n}} = \frac{t_{0,995}}{\sqrt{10}} = 0,580$ и воспользуемся этим значением в формулах (7) и (8).
Нижняя $a_н=7,57 \cdot 10^4$ ч и верхняя $a_в=8,13 \cdot 10^4$ ч доверительные границы образуют доверительный интервал при двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=0,90$, согласно формуле (9).

Пример 4. Используя данные примера 2, вычислить доверительный интервал для генерального среднего при двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=0,99$.

Решение. Задаем односторонние доверительные вероятности $\gamma_1=\gamma_2=\gamma=0{,}995$, удовлетворяющие соотношению (9). Так как для $K=n-1=59$ в табл. 2 стандарта значения t_γ (K) нет, то значение $t_{0,995}$ (59) вычислим, используя линейную интерполяцию по $1/K$. В табл. 2 стандарта находим ближайшие к 59 значения $K_0=55$ и $K_1=60$ и соответствующие им значения $t_{0,995}(55)=2{,}668$ и $t_{0,995}(66)=2{,}660$. Согласно формуле (15) приложения 2 имеем:

$$t_{0,995}(59)=\frac{\frac{1}{59}-\frac{1}{60}}{\frac{1}{55}-\frac{1}{60}}\cdot 2{,}668+\frac{\frac{1}{55}-\frac{1}{59}}{\frac{1}{55}-\frac{1}{60}}\cdot 2{,}660=2{,}661.$$

Согласно разд. 2 находим:

$$a_н=7{,}4-\frac{2{,}661}{\sqrt{60}}\cdot 1{,}0=7{,}1;$$

$$a_в=7{,}4+\frac{2{,}661}{\sqrt{60}}\cdot 1{,}0=7{,}7.$$

Пример 5. Распределение размера подчиняется нормальному распределению. Результаты измерения четырех деталей из партии следующие: 14,82; 14,83; 14,79; 14.76 (мм). Найти доверительный интервал для среднего размера деталей в партии при двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=0{,}99$, если известно, что среднее квадратическое отклонение σ равно 0,04 мм.

Решение. Так как известно, что $\sigma=0{,}04$ мм, то согласно разд. 3 находим доверительные границы для среднего размера при $\gamma=\frac{1+\gamma^*}{2}=0{,}995$, где $\gamma=0{,}995$ получено согласно формуле (13).

По формулам (14) и (15) разд. 3 имеем:

$$a_н=14{,}80-\frac{2{,}576}{2}\cdot 0{,}04=14{,}75;$$

$$a_в=14{,}80+\frac{2{,}576}{2}\cdot 0{,}04=14{,}85,$$

где значение 14,80 получено согласно формуле (1) разд. 1.

Пример 6. Для данных примера 2 найти доверительный интервал для среднего квадратического отклонения σ при двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=0{,}95$.

Решение.

Согласно разд. 4 задаем равные односторонние вероятности $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$. Тогда согласно формуле (13) имеем $\gamma=0{,}975$.

Вычисляем выборочную характеристику $S=1{,}0$ (см. пример 2). Так как для $K=n-1=59$ значения $Z_н$ и $Z_в$ не приведены в табл. 4 и 5 стандарта, то вычисляем их с помощью линейной интерполяции по K согласно формуле (17) приложения 2.

Вычислим значение $Z_н$, соответствующее значению $\gamma=0{,}975$ и $K=59$. Из табл. 4 находим значения $K_0=50$ и $K_1=60$ и соответствующие им значения $Z_0=0{,}837$ и $Z_1=0{,}849$.

Согласно формуле (17) приложения 2 находим

$$Z_н=0{,}837\cdot\frac{60-59}{60-50}+0{,}849\cdot\frac{59-50}{60-50}=0{,}848.$$

Вычислим значение $Z_в$, соответствующее значению $\gamma=0{,}975$ и $K=59$.

Из табл. 5 стандарта находим значения $K_0=50$ и $K_1=60$ и соответствующие им значения

$$Z_0=1{,}24;\ Z_1=1{,}22.$$

Согласно формуле (17) приложения 2 находим

$$Z_в=1{,}24\cdot\frac{60-59}{60-50}+1{,}22\cdot\frac{59-50}{60-50}=1{,}22.$$

По формуле (19) вычисляем нижнюю доверительную границу

$$\sigma_н=0{,}848\cdot 1{,}0=0{,}848.$$

По формуле (21) вычисляем верхнюю доверительную границу

$$\sigma_в=1{,}22\cdot 1{,}0=1{,}22.$$

Таким образом, доверительный интервал для среднего квадратического отклонения при двусторонней доверительной вероятности $\gamma=0{,}95$ равен 0,848; 1,22.

Пример 7. Распределение веса деталей подчиняется нормальному распределению. Из партии деталей была взята выборка объемом $n=200$. Все детали были взвешены и по формуле (3) получено среднее квадратическое отклонение $S=2{,}3$ г. Найти доверительные границы для генерального среднего квадратического отклонения при двусторонней доверительной вероятности $\gamma^*=0{,}99$.

Решение. Задаемся равенством односторонних доверительных вероятностей $\gamma_1=\gamma_2=\gamma$, тогда согласно формуле (13) получим

$$\gamma=\frac{1+0{,}99}{2}=0{,}995.$$

Для $\gamma=0{,}995$ из табл. 2 стандарта находим $U_\gamma=2{,}576$.

По уравнению (20) и (22) определяем:

$$Z_н=\frac{\sqrt{398}}{\sqrt{397}+2{,}576}=0{,}887;$$

$$Z_в=\frac{\sqrt{398}}{\sqrt{397}-2{,}576}=1{,}15.$$

По уравнениям (19) и (21) находим:

$$\sigma_н=0{,}887\cdot 2{,}3=2{,}04\text{ г};$$

$$\sigma_в=1{,}15\cdot 2{,}3=2{,}64\text{ г}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2 к ГОСТ 11.004—74
Справочное

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ОБОЗНАЧЕНИЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАНДАРТА

Непрерывная случайная величина X, принимающая значения от $-\infty$ до $+\infty$, называется нормально распределенной, если ее плотность вероятности определяется равенством

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

для любого значения $x(-\infty < x < \infty)$, где a и σ числовые параметры распределения, причем σ — положительно.

Параметр a является генеральной средней (математическим ожиданием) случайной величины X. Параметр σ является генеральным средним квадратическим отклонением случайной величины X. σ^2 — генеральная дисперсия случайной величины.

Для заданной вероятности γ_1, по конечной совокупности наблюденных значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины X может быть найдена случайная величина $a_н$ такая, что интервал от $a_н$ до $+\infty$ накрывает генеральную среднюю a с вероятностью γ_1.

$$\text{Вер}\ \{a \geqslant a_н\} = \gamma_1. \tag{2}$$

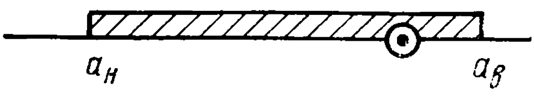
Величина $a_н$ называется нижней доверительной границей для генеральной средней a при односторонней доверительной вероятности γ_1.

Для заданной вероятности γ_2 по конечной совокупности наблюдений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины X может быть получена случайная величина $a_в$, такая, что интервал от $-\infty$ до $a_в$ накрывает генеральную среднюю a с вероятностью

$$\text{Вер}\ \{a \leqslant a_в\} = \gamma_2. \tag{3}$$

Величина $a_в$ называется верхней доверительной границей для генеральной средней при односторонней доверительной вероятности γ_2.

Нижняя $a_н$ и верхняя $a_в$ доверительные границы, определенные в п. 3.4, образуют доверительный интервал, который с вероятностью γ^* накрывает неизвестное значение генеральной средней a (см. чертеж).



$$\text{Вер}\ \{a_н \leqslant a \leqslant a_в\} = \gamma^*, \tag{4}$$

где γ^*, γ_1 и γ_2 связаны соотношением (9).

Аналогично определяются доверительные границы и доверительный интервал для генерального среднего квадратического отклонения.

Пусть $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — взаимно независимые случайные величины, подчиняющиеся нормальному распределению с параметрами (a, σ). Наилучшая (в смысле среднего квадратичного) несмещенная оценка дисперсии σ^2 задается формулой

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - a)^2, \text{ если параметр } a \text{ известен;} \tag{5}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2, \text{ если параметр } a \text{ неизвестен,} \tag{6}$$

где

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i. \tag{7}$$

Статистику S часто используют в качестве оценки для среднего квадратического отклонения σ. Эта оценка смещена

$$M(S) = T_K \cdot \sigma, \tag{8}$$

где

$$T_K = \sqrt{\frac{2}{K}}\,\frac{\Gamma\left(\frac{K+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{K}{2}\right)}. \tag{9}$$

Несмещенной оценкой для среднего квадратического отклонения σ является отношение

$$S_1 = \frac{S}{T_K} = M_K \cdot S, \tag{10}$$

где $K=n-1$, если параметр a неизвестен, $K=n$, если a известно и $M_K = \frac{1}{T_K}$.

Значения коэффициентов M_K, приведенные в табл. 1 стандарта, заимствованы из [2], [5].

Случайная величина

$$t = \frac{\bar{x}-a}{S}\sqrt{n} \tag{11}$$

подчиняется распределению Стьюдента с $n-1$ степенью свободы, где S и $\bar{x}$ определены согласно формул (6) и (7) данного приложения. Отсюда следуют формулы (7)—(13) разд. 2.

В табл. 2 стандарта приведены значения квантилей t_γ распределения Стьюдента, заимствованные из [2] и [6].

При $n \to \infty$ квантили распределения Стьюдента стремятся к квантилям U_γ нормального распределения, которые приведены в конце табл. 2 стандарта.

Случайная величина

$$U = \frac{(\bar{x}-a)\sqrt{n}}{\sigma} \tag{12}$$

подчиняется нормальному распределению с параметрами (0,1).

Отсюда следуют формулы (14)—(18) разд. 3.

Случайная величина

$$Z = \frac{K\ S^2}{\sigma^2}, \tag{13}$$

подчиняется χ^2-распределению с K степенями свободы ($K=n$, если параметр a известен, и $K=n-1$, если параметр a неизвестен), где S^2 определяется по формуле (5), если параметр a неизвестен, или по формуле (6), если параметр a известен.

При помощи χ^2-распределения составлены табл. 4 и 5 стандарта для коэффициентов $Z_н$ и $Z_в$, входящих в формулы (19) и (21) разд. 4. Эти таблицы частично заимствованы из [2], а частично составлены заново.

Из нормальной аппроксимации χ^2-распределения для квантилей χ^2-распределения имеет место (6), (10) соотношение:

$$\chi^2_\gamma = \frac{1}{2}(\sqrt{2K-1}+U_\gamma)^2. \tag{14}$$

Отсюда следуют формулы (20) и (22) разд. 4.

Интерполяционная формула для t_γ (K) имеет вид [2]

$$t_\gamma(K) = \frac{\frac{1}{K}-\frac{1}{K_1}}{\frac{1}{K_0}-\frac{1}{K_1}}\, t_\gamma(K_0) + \frac{\frac{1}{K_0}-\frac{1}{K}}{\frac{1}{K_0}-\frac{1}{K_1}}\, t_\gamma(K_1), \tag{15}$$

где значения K_0; K; K_1 удовлетворяют соотношению

$$K_0 < K < K_1.$$

При линейной интерполяции по $1/K$, согласно формулы (15) для $K_1=\infty$ имеет место соотношение:

$$t_\gamma(K) = \frac{K_0}{K}\, t_\gamma(K) + \left(1-\frac{K_0}{K}\right)U_\gamma, \tag{16}$$

где U_γ — квантиль нормального распределения, соответствующая односторонней доверительной вероятности γ.

Вычисление значения $Z_н$ или $Z_в$, не указанного в табл. 4 или 5 стандарта, может быть осуществлено линейной интерполяцией по K:

$$Z = Z_0\frac{K_1-K}{K_1-K_0} + Z_1\cdot\frac{K-K_0}{K_1-K_0}, \tag{17}$$

где $K_0<K<K_1$ и значения Z_0 и Z_1 находятся из табл. 4 или 5 стандарта по заданным K_0, K_1 и γ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дунин-Барковский И. В. и Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М., Гостехтеоретиздат, 1955.
2. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., «Наука», 1968.
3. Оуэн Д. Б. Сборник статистических таблиц. М., Изд-во ВЦ АН СССР, 1966.
4. Янко Я. Математико-статистические таблицы. М., Госстатиздат, 1961.
5. Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И. Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1968.
6. Hald A. Statistical Tables and Formulas, 1952.
7. Французский стандарт NF-X-06—042, 1971.
8. Итальянский стандарт UNI-5309—66.
9. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., «Советское радио», 1962.
10. Павловский З. Введение в математическую статистику. Изд-во «Статистика» М., 1967.
11. Проект стандарта ИСО 2602—72(Е).

Редактор *С. Л. Герцик*
Технический редактор *Г. А. Гаврилкина*
Корректор *Е. И. Евтеева*

Сдано в наб. 28.03.74 Подп. в печ. 28.06.74 1,25 п. л. Тир. 25000

Издательство стандартов. Москва, Д-22, Новопресненский пер., 3
Тип. «Московский печатник». Москва, Лялин пер., 6. Зак. 760